



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 24.04.2010

CLASA a X-a 4 ore

Soluții

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	D	A	D	A	B	C	A	B	E	B

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. $\sin \frac{4\pi}{5} = \sin \frac{\pi}{5}$ (1 punct); $\arcsin\left(\sin \frac{4\pi}{5}\right) = \arcsin\left(\sin \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\pi}{5}$ (2 puncte).

2. Ecuația se scrie $\operatorname{tg} x = 1$ (1 punct) $\Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ (2 puncte).

3. Ecuația se scrie $\cos x = 0$ (1 punct) $\Rightarrow x \in \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ (2 puncte).

4. Avem $\sin x + 2 \cos x = 3 \Leftrightarrow \sin x - 1 + 2(\cos x - 1) = 0$ (1 punct) $\Rightarrow \sin x = \cos x = 1$ (1 punct). Nu avem soluții (1 punct).

5. Fie $y \in (0, \infty)$. $f(x) = y \Leftrightarrow 2^{x+1} = y$ (1 punct) $\Rightarrow x = \log_2 y - 1 \in \mathbb{R}$ (1 punct). Funcția inversă este $f^{-1}: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(y) = \log_2 y - 1$ (1 punct).

6. Fie n numărul elementelor mulțimii A . Sunt n^n funcții de la A la A . (1 punct). $n^n = 256 \Rightarrow n = 4$ (2 puncte).

7. Fie n numărul elementelor mulțimii M . Sunt 2^{n-1} submulțimi ale mulțimii M . (1 punct). Atunci $2^{n-1} = 64 \Rightarrow n = 7$ (2 puncte).

8. $T_5 = C_6^4 x \frac{1}{x^4} = \frac{15}{x^3}$ (2 puncte). $\frac{15}{x^3} = \frac{5}{9} \Rightarrow x = 3$ (1 punct).

9. $T_{k+1} = C_8^k \left(\frac{1}{x}\right)^{8-k} \sqrt[3]{x^k} = C_8^k x^{\frac{4k-24}{3}}$ (2 puncte) Rezultă $4k - 24 = 0 \Rightarrow k = 6$.

Termenul cerut este al șaptelea (1 punct).

10. Fie n numărul elementelor mulțimii A și m numărul elementelor mulțimii B . Atunci $A_m^n = m$ (1 punct), de unde $m! = m(m-n)! \Rightarrow (m-1)! = (m-n)!$ (1 punct). Cum $m \geq 3$, rezultă $n = 1$ (1 punct).

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător. Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Ecuația se scrie $\arcsin x = \arcsin(1-x)$ (1 punct). Rezultă $x = 1-x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (1 punct).
2. $f(0) = 0$ (0.5 puncte). Funcția este determinată de valorile nenule $f(1)$ și $f(2)$ cu $|f(1)| \neq |f(2)|$ (0.5 puncte) Sunt 8 funcții (1 punct).
3. Fie $a = \arcsin \frac{4}{5} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. (0,5 puncte). Atunci $\cos a = \frac{3}{5}$ (0,5 puncte) și $\left|\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x\right| = |\sin x \cos a + \sin a \cos x| = |\sin(x+a)| \leq 1$ (1 punct).
4. $C_{20}^k = C_{19}^k + C_{19}^{k-1}, k = 1, 2, 3, \dots, 12$ (1 punct).
 $\sum_{k=0}^{12} (-1)^k C_{20}^k = C_{20}^0 + \sum_{k=1}^{12} ((-1)^k C_{19}^k - (-1)^{k-1} C_{19}^{k-1}) = 1 + C_{19}^{12} - C_{19}^0 = C_{19}^{12}$ (1 punct).
5. Considerăm un hexagon regulat înscris în cerc. Hexagonul are latura de lungime 1 și cel puțin 2 vârfuri la fel colorate (1 punct). Orice diagonală are lungimea mai mare ca 1, deci am găsit o pereche de vârfuri cu proprietatea din enunț (0.5 puncte). Există o infinitate de hexagoane regulate înscrise în cercul dat ce nu au niciun vârf comun, de unde cerința (0.5 puncte).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.