



## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 24.04.2010

CLASA a X-a 3 ore

## Soluții

## Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5 puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	D	A	C	D	C	B	E	A	E	A

## Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

- $2^{x+1} = 3$  (1 punct),  $x = \log_2 3 - 1$  (1 punct), deci  $f^{-1}(3) = \log_2 3 - 1$  (1 punct).
- Funcția  $f$  este strict crescătoare (1 punct) și bijectivă, deci  $f(a) = 0$  (1 punct)  $\Rightarrow a = 1$  (1 punct).
- Prima poziție poate fi completată cu 2 sau 4 (1 punct). Avem  $3! = 6$  permutări pentru fiecare caz (1 punct), deci numărul căutat este 12 (1 punct).
- $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = (n+1)n$  (1 punct). Ecuația devine  $(n+1)n = 30$  (1 punct), cu soluția naturală  $n = 5$  (1 punct).
- Sunt 5 cifre impare (1 punct). Rezultă  $A_5^3$  (1 punct) = 60 de numere (1 punct).
- Avem  $n(n-1) + 2n(n+1) = 30$  (1 punct)  $n(3n+1) = 30$  (1 punct), de unde  $n = 3$  (1 punct).
- Sunt 5 submulțimi cu 1 element și 1 submulțime cu 5 elemente (1 punct). Cu 3 elemente există  $C_5^3$  submulțimi (1 punct). În total sunt 16 submulțimi cu număr impar de elemente (1 punct).
- Deoarece  $n-2 < n$ , este necesar ca  $n-2 = 18-n$  (2 puncte)  $\Leftrightarrow n = 10$  (1 punct).
- $T_4 = C_5^3 a^2 (3b)^3$  (2 puncte) =  $270a^2b^3$  (1 punct).
- Avem  $T_{k+1} = C_5^k x^{5-k} x^{2k} = C_5^k x^{5+k}$  (1 punct). Rezultă  $k = 3$  (1 punct). Coeficientul este 10 (1 punct).

## Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

- $P(3): 3^3 \geq 3^3$  este adevărată (0,5 puncte). Presupunem că  $3^n \geq n^3, n \geq 3$ . Atunci  $3^{n+1} = 3 \cdot 3^n \geq 3n^3$  (0,5 puncte). Rămâne de arătat  $3n^3 \geq (n+1)^3$ , ceea ce rezultă din  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^3 \leq \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{64}{27} < 3$  (1 punct).
- Sunt 16 perechi (0,5 puncte). Sunt 8 cazuri favorabile (1 punct). Probabilitatea este  $\frac{1}{2}$  (0,5 puncte).
- $T_{k+1} = C_{11}^k 2^{\frac{11-k}{3}} 3^{\frac{k}{2}} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow 3|11-k$  și  $2|k$  (1 punct)  $\Leftrightarrow 3|k+1$  și  $2|k$  (0,5 puncte)  $\Leftrightarrow k \in \{2, 8\}$ , deci sunt 2 termeni raționali (0,5 puncte).

4.  $C_k^2 = C_{k+1}^3 - C_k^3, k = 3, \dots, 9$  (1 punct). Atunci  $\sum_{k=2}^9 C_k^2 = C_2^2 + \sum_{k=3}^9 (C_{k+1}^3 - C_k^3) = C_2^2 + C_{10}^3 - C_3^3 = C_{10}^3$  (1 punct).
5. Cum  $(1 + x^3 + x^7)^5 = (1 + x^3)^5 + 5(1 + x^3)^4 x^7 + 10(1 + x^3)^3 x^{14} + \dots$  (1 punct), iar  $x^{10}$  nu apare în  $(1 + x^3)^5$ , coeficientul este  $5 \cdot C_4^1 = 20$  (1 punct).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.