



## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 24.04.2010

CLASA a XII-a M2

## Soluții

## Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	A	B	A	C	B	E	A	A	B

## Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. Condiția este  $a^2 - 3a + 2 = 0$  (1 punct) și  $a^2 - 4a + 3 = 0$  (1 punct), deci  $a = 1, f = X + 1$  (1 punct).

2. Câtul este  $X$  (2 puncte). Restul este  $-X^2 + 2X + 1$  (1 punct).

3. Avem  $Q = X^3 + 2X^2 - 3X - 2$  (2 puncte) și  $Q(1) = -2$  (1 punct).

4.  $s_2 = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -3$  (1 punct),  $s_3 = x_1x_2x_3 = 1$  (1 punct), de unde  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{s_2}{s_3} = -3$  (1 punct).

5.  $f = (X - 1)(X^2 - 1) = (X - 1)^2(X + 1)$  (2 puncte). Avem rădăcinile  $x_1 = x_2 = 1, x_3 = -1$  (1 punct).

6.  $\int_0^1 x^3(e^x)' dx = x^3e^x \Big|_0^1 - 3 \int_0^1 x^2e^x dx$  (1 punct)  $= e - 3 \int_0^1 x^2(e^x)' dx = e - 3 \left( x^2e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 xe^x dx \right)$  (1 punct),  
 $= -2e + 6 \left( (xe^x - e^x) \Big|_0^1 \right) = 6 - 2e$  (1 punct).

7. Aria este  $\int_0^1 (x^3 + x) dx$  (1 punct)  $= \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{4}$  (2 puncte).

8. Avem  $f(x) - g(x) = 2x + 1 > 0, \forall x \in [0, 1]$  (1 punct).

Aria este  $\int_0^1 (f(x) - g(x)) dx$  (1 punct)  $= (x^2 + x) \Big|_0^1 = 2$  (1 punct).

9. Avem  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx$  (1 punct)  $= \pi \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3}$  (2 puncte).

10. Avem  $S_n = \int_0^1 x^n dx$  (1 punct)  $= \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}$  (1 punct). Limita este 0 (1 punct).

### Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.  
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Notând  $t = x + \frac{1}{x}$  (0,5 puncte), ecuația devine  $4(t^2 - 2) + 20t + 33 = 0$  (0,5

puncte)  $\Rightarrow (2t + 5)^2 = 0 \Rightarrow t_1 = t_2 = -\frac{5}{2}$  (0,5 puncte). Obținem  $x_1 = x_2 = -2$ ,  $x_3 = x_4 = -\frac{1}{2}$  (0,5 puncte).

2.  $f = (X - \hat{1})(X + \hat{1})(X^2 - \hat{3})$  (1 punct). Rădăcinile sunt  $\hat{1}$  și  $-\hat{1}$ , cu suma  $\hat{0}$  (1 punct).

3.  $f'(x) = 3(x^2 - 2x + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  (0,5 puncte). Rădăcinile sunt toate reale numai dacă sunt egale, adică  $f$  are o rădăcină triplă (0,5 puncte).  $x_1 + x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = 1$  (0,5 puncte), deci  $a = -x_1 x_2 x_3 = -1$  (0,5 puncte).  
Alternativ,  $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 = 0$ .

4. Aria este  $S = \int_0^a \frac{x}{x^2 + 1} dx$  (0,5 puncte), deci  $S = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big|_0^a$  (0,5 puncte)  $= \frac{1}{2} \ln(a^2 + 1)$  (0,5 puncte).

Atunci  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \ln(a^2 + 1) \Rightarrow a = \sqrt{e - 1}$  (0,5 puncte).

5. Volumul este  $V = \pi \int_0^1 \frac{x+1}{x+2} dx$  (0,5 puncte). Cum  $\frac{1}{2} \leq \frac{x+1}{x+2} \leq \frac{2}{3}, \forall x \in [0, 1]$  (0,5 puncte),

avem  $\frac{1}{2} \leq \int_0^1 \frac{x+1}{x+2} dx \leq \frac{2}{3}$  (0,5 puncte), de unde concluzia (0,5 puncte).