



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECS și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA III – 24.04.2010

Numele și Prenumele	
Școala	

XII. OSZTÁLY – M1

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

- 5 p 1. Mennyivel egyenlő $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$?
- A) 1; B) π ; C) $\frac{\pi}{4}$; D) $\frac{\pi}{3}$; E) $\frac{\pi}{2}$.
- 5 p 2. Mennyivel egyenlő $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1} dx$?
- A) 0; B) π ; C) -2; D) 1; E) 2.
- 5 p 3. Az $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ függvény, szubgrafikonjának területe:
- A) 1; B) $\ln 2$; C) $\ln 3 - \ln 2$; D) π ; E) $\frac{1}{2}$.
- 5 p 4. Az $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x+1}$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával meghatározott test, térfogata:
- A) π ; B) $\frac{\pi}{3}$; C) $\frac{\pi}{6}$; D) $\frac{\pi}{2}$; E) 2π .
- 5 p 5. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x (t^3 - 1) dt$ függvény. Mennyivel egyenlő $f'(0)$?
- A) -1; B) 1; C) 2; D) 3; E) 0.
- 5 p 6. Az $f = 3X^3 + X + 2 \in \mathbb{R}[X]$ polinomak, az $X + 1$ polinommal való osztási maradéka:
- A) 1; B) 6; C) -2; D) 2; E) -5.
- 5 p 7. Az $f = X^4 + X^3 + X^2 + 1$ polinomak, a $g = X^2 + X + 1$ polinommal való osztási hányadosa?
- A) $X + 1$; B) $X^2 + 1$; C) X^2 ; D) X^4 ; E) $-X^2$.
- 5 p 8. Legyen az $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ az $f = X^3 - X^2 + 3X + 2 \in \mathbb{C}[X]$ polinomnak a gyökei. Mennyivel egyenlő $x_1 + x_2 + x_3$?
- A) 1; B) -2; C) $-\frac{1}{2}$; D) $\frac{1}{3}$; E) 0.
- 5 p 9. Legyen az $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ az $f = X^4 - 2X^3 + 2X^2 + X + 7 \in \mathbb{C}[X]$ polinomnak a gyökei. Mennyivel egyenlő $x_1 x_2 x_3 x_4$?
- A) -1; B) 2; C) -2; D) 7; E) -7.

- 5 p 10. Hány valós gyöke van az $f = X^4 - 2$ polinomnak?
 A) 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 3 p 1. Határozzátok meg az n természetes szám értékeit, amelyre a $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ gyűrűben igaz az $\hat{5} \cdot \hat{7} = \hat{0}$ egyenlőség!
- 3 p 2. Az $f = \hat{2}X + \hat{1}$ és $g = aX + \hat{3}$ polinomok együtthatói a \mathbb{Z}_6 halmaznak elemei. Határozzátok meg az $a \in \mathbb{Z}_6$ értékeit, amelyekre az fg polinom foka 1!
- 3 p 3. Adott az $f = X^7 - X^6 - 2X^5 + 3 \in \mathbb{C}[X]$ polinom. Mutassátok ki, hogy az f polinomnak az $X + 1$ polinommal való osztási maradéka, egyenlő az f polinomnak az $X - 2$ polinommal való osztási maradékával!
- 3 p 4. Legyen az $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ az $f = X^3 - 3X^2 + 3X + a \in \mathbb{R}[X]$ polinomnak a gyökei. Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}^*$ értékét, ha $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_3 x_1} = 3$.
- 3 p 5. Legyen az $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ az $f = X^3 - X + a \in \mathbb{C}[X]$ polinomnak a gyökei. Határozzuk meg az $a \in \mathbb{C}$ értékét ha $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = i$.
- 3 p 6. Tekintsük az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x e^t \sin \pi t dt$ függvényt. Számítsátok ki $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(10)$.
- 3 p 7. Mutassátok ki, hogy $\int_0^1 x^n \sin x dx \leq \frac{1}{n+1}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$.
- 3 p 8. Számítsátok ki az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x$ és $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$ függvények által közrezárt síkidom területét!
- 3 p 9. Tekintsük az $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+1}$ függvényt, ahol $a \in (0, \infty)$. Határozzuk meg az a -t úgy, hogy a függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával meghatározott test térfogata $\frac{3\pi}{2}$ legyen!
- 3 p 10. Számítsátok ki az $f : \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg} x$ függvény, szubgrafikonjának területét!

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 2 p 1. Adott az $f = X^4 - 3X^3 + 4X^2 + aX + b \in \mathbb{C}[X]$ polinom. Mutassátok ki, hogy az a és b bármely valós értékre, a polinomnak nem lehet minden gyöke valós!
- 2 p 2. Legyen f , egy egész együtthatójú polinom illetve, a és b két egész szám. Mutassátok ki, hogy ha $f(a)$ és $f(b)$ egymásutáni számok, akkor a és b is egymásutáni számok!
- 2 p 3. Számítsátok ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{n+2n} \right)$.
- 2 p 4. Számítsátok ki az $f : \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{\cos 2x}}{\sin x + \cos x}$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával meghatározott test, térfogatát!
- 2 p 5. Tekintsük az $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$ függvényt. Mutassátok ki, hogy létezik $a \in (1, 2)$ úgy, hogy az f függvény grafikus képe, az Ox tengely és az $x = 1$, $x = a$ egyenesek által közrezárt síkidom területe, egész szám legyen!