



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECS și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA III – 24.04.2010

Numele și Prenumele	
Școala	

XI. OSZTÁLY – M1

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I. TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ.

- 5 p 1. Az $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \\ x + 2y = a \end{cases}$ egyenletrendszer, összeférhető ha:
- A) $a = 4$; B) $a = 0$; C) $a = 2$; D) $a = 1$; E) orice $a \in \mathbb{R}$.
- 5 p 2. Az $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$, $x, y, z \in \mathbb{R}$ egyenletrendszer, megoldáshalmaza:
- A) $\{(2, 1, 0)\}$; B) $\{(2, 1 + t, t) | t \in \mathbb{R}\}$; C) $\{(3, t, t) | t \in \mathbb{R}\}$; D) $\{(1, t, -t) | t \in \mathbb{R}\}$; E) $\{(2, 0, 1)\}$.
- 5 p 3. Az $\begin{cases} 4x + ay = 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ egyenletrendszer, összeférhetetlen ha:
- A) $a = -2$; B) $a = -1$; C) $a = 0$; D) $a = 1$; E) $a = 2$.
- 5 p 4. Azon pontok halmaza, amelyre az $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x \sin x}{\sqrt{1 - x^2}}$ függvény, folytonos:
- A) \mathbb{R} ; B) $(0, \infty)$; C) $(-1, 1)$; D) $(0, 1)$; E) $[-1, 1]$.
- 5 p 5. A $\frac{\ln(x+1)}{x-1} > 0$ egyenlőtlenség, megoldáshalmaza:
- A) \mathbb{R} ; B) $(0, 1)$; C) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; D) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$; E) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
- 5 p 6. Az $x^3 + x = 1$ egyenlet, valós megoldásainak száma:
- A) 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.
- 5 p 7. Ha $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \cos x$ akkor $f'(0) =$
- A) 0; B) 1; C) ∞ ; D) π ; E) $-\pi$.
- 5 p 8. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ függvény grafikus képéhez, az origóban húzott érintő, irányítányezője:
- A) 1; B) -1; C) 2; D) $\frac{1}{2}$; E) 0.
- 5 p 9. Az a értéke, amelyre az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x - 1) |x + a|$ függvény, deriválható \mathbb{R} -en:
- A) 2; B) 1; C) 0; D) -1; E) -2.
- 5 p 10. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5 - x^3 + x$ függvény, helyi szélsőérték pontjainak száma:
- A) 5; B) 4; C) 2; D) 1; E) 0.

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 3 p** 1. Mutassátok ki, hogy bármely $a \in \mathbb{R}$ esetén, az $ax + (a+1)y = 2a$ és $(a-1)x + (a+2)y = 4a-1$ egyeneseknek, van legalább egy közös pontjuk!
- 3 p** 2. Határozzátok meg az $a, b \in \mathbb{R}$ értékeit, amelyre az
$$\begin{cases} x + y + z = b + 1 \\ 2x + y + z = b \\ x + ay - z = -1 \end{cases}$$
 egyenletrendszernek, van legalább két megoldása!
- 3 p** 3. Határozzátok meg az $a, b \in \mathbb{R}$ értékeit, amelyre az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{x - 2}, & \text{dacă } x > 2 \\ bx, & \text{dacă } x \leq 2 \end{cases}$ függvény, folytonos \mathbb{R} -en.
- 3 p** 4. Mutassátok ki, hogy a $\sin x = x \cos x$ egyenletnek, van legalább egy megoldása, minden $(n\pi; \pi + n\pi), n \in \mathbb{N}^*$ alakú intervallumban!
- 3 p** 5. Mutassátok ki, hogy az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^x$ függvény, bijektív!
- 3 p** 6. Határozzátok meg annak a háromszögnek a területét, amelyet a koordinátatengelyek és az $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - x^2 + \ln x$ függvény grafikus képéhez, az $(1; f(1))$ pontban húzott érintő határoz meg!
- 3 p** 7. Mutassátok ki, hogy ha egy $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, deriválható és $f'(x) = 2f(x), \forall x \in \mathbb{R}$, akkor f kétszer deriválható és $f''(x) = 4f(x)$. Adjatok példát egy ilyen függvényre!
- 3 p** 8. Mutassátok ki, hogy ha $f: (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + \sqrt{x^2 - 1})^n$, akkor $(x^2 - 1)f''(x) + xf'(x) = n^2 f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
- 3 p** 9. Határozzátok meg az $a, b, c \in \mathbb{R}$ értékeit úgy, hogy $f: [0; 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \in (1; 2] \\ ax^2 + bx + c, & \text{dacă } x \in [0; 1] \end{cases}$ függvény esetén, alkalmazható legyen a Rolle tétele.
- 3 p** 10. Mutassátok ki, hogy az $f: [0; 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (4 - x)2^x$ függvény grafikus képéhez húzható egy olyan érintő, amelynek irányítányezője 2!

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

- 2 p** 1. Mutassátok ki, hogy bárhogyan választanánk ki az $a_1, a_2, \dots, a_{12} \in \{-1; 1\}$ értékeket, az
$$\begin{cases} a_1 y + a_2 z + a_3 t = 0 \\ a_4 x + a_5 z + a_6 t = 0 \\ a_7 x + a_8 y + a_9 t = 0 \\ a_{10} x + a_{11} y + a_{12} z = 0 \end{cases}$$
 egyenletrendszernek, csak az $x = y = z = t = 0$ megoldása lehet.
- 2 p** 2. Oldjátok meg az $f'(x) = -1$ egyenletet, ahol f' az $f: (0; \pi) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ függvény, deriváltja!
- 2 p** 3. Mutassátok ki, hogy ha A - val és B - vel jelöljük az $f: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{(1 - \sqrt[3]{x^2})^3}$ függvény, egy érintőjének metszéspontját a koordinátatengelyekkel, akkor $AB = 1$.
- 2 p** 4. Határozzátok meg az $a \in (0; \infty)$ értékeit, amelyre $3^x + 4^x \leq 2^x + a^x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 2 p** 5. Mutassátok ki, hogy ha $a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + \dots + a_{10} \sin 10x = 0$ bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén, akkor $a_1 = a_2 = \dots = a_{10} = 0$.