



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a II-a – 20.02.2010

CLASA a XI- a – M2

Soluții

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

| Nr. item | I.1. | I.2. | I.3. | I.4. | I.5. | I.6. | I.7. | I.8. | I.9. | I.10. |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Rezultate | E | B | E | C | C | C | E | B | B | C |

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ -5 & -9 \end{pmatrix}$ (1 punct); $A^2 - A + 4I_2 = I_2$ (1 punct); Rezultatul este I_2 (1 punct).

2. $A^2 = I_3$ (2 puncte); $A = A^{-1}$ (1 punct).

3. $S_{ABC} = \frac{1}{2} |d|$, $d = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & m & 1 \end{vmatrix}$ (1 punct) $d = m$ (1 punct); sunt 2 valori ale lui m (1 punct).

4. $\Delta = \begin{vmatrix} a & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 8a + 4$ (1 punct). E necesar ca $\Delta = 0$ (1 punct), deci $a = -\frac{1}{2}$ (1 punct).

5. $0 < \frac{1}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (1 punct); $\frac{1}{n} \leq 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (1 punct); 0 este minorant și 1 este majorant (1 punct).

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ (1 punct); $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 2x}{e^x - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{e^x}{x} + 2}{\frac{e^x}{x} - 1}$ (1 punct); $= -2$ (1 punct).

7. $\lim_{x \searrow 1} \frac{2x}{x^2 - 1} = \lim_{x \searrow 1} \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ (1 punct) $= \frac{2}{1+1} \lim_{x \searrow 1} \frac{1}{x-1}$ (1 punct); $= \infty$ (1 punct).

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2 + ax} + x}$ (1 punct); $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{a}{x}} + 1} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$ (2 puncte).

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$, (1 punct) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+1} = -2$ (1 punct). Asimptota este dreapta $y = 2x - 2$ (1 punct)

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ (1 punct); $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ (1 punct); $x = 0$ este asimptota verticală (1 punct).

Subiectul III

1. $-\frac{1}{2}A(A^2 + 2A - 3I_2) = -\frac{1}{2}(A^2 + 2A - 3I_2)A = I_3$ **(1 punct)**; de aici rezultă concluzia **(1 punct)**.

2. Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$; avem $X^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & b(a+d) \\ c(a+d) & d^2 + bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow b = 0$ **(1 punct)**; avem

$d = 0, a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow c = a$, deci $X = \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **(1 punct)**.

Notă. Pentru un exemplu cu verificare se acordă punctaj maxim.

3. Fie $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. $AA^{-1} = I_3 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+d+g & b+e+h & c+f+i \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$ **(1 punct)**

Suma elementelor este $a + \dots + i = 1 + 0 + 0 = 1$ **(1 punct)**.

4. $\lim_{x \searrow 1} \frac{(-1)^1}{(1-x)(1+x+x^2)} = \left(\frac{-1}{-0} \right) = \infty$ **(1 punct)**; $\lim_{x \nearrow 1} \frac{(-1)^0}{(1-x)(1+x+x^2)} = \left(\frac{1}{0} \right) = \infty$, deci limita este ∞ **(1 punct)**.

5. Trebuie ca 2 sau -2 să fie rădăcină pentru $x^2 - mx + 3 = 0$ **(1 punct)**; $m \in \left\{ -\frac{7}{2}, \frac{7}{2} \right\}$ **(1 punct)**.