



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA I – 17.10.2009

CLASA a XI-a – M1

Barem de corectare și notare

Subiectul I

Subiectul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspunsul	B	C	D	B	C	D	A	C	A	E

Subiectul II.- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Rezultă $x^2 - 7x + 10 = 0$ (1 punct); $x_1 = 2, x_2 = 5$ (1 punct); convine doar 5 (1 punct).
2. Rezultă $y^2 - 4y + 3 = 0$ (1 punct); $y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 0$ (1 punct); $y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2 3$ (1 punct).
3. Rezultă $x^2 = -y^2 = \pm 2$ (1 punct); soluțiile sunt $(\pm\sqrt{2}, \pm i\sqrt{2})$ și $(\pm i\sqrt{2}, \pm\sqrt{2})$ (2 puncte).
4. Triunghiul este echilateral (1 punct); $S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$ (1 punct); $R = |z| = 2 \Rightarrow S = 3\sqrt{3}$ (1 punct).
5. Arătăm că ecuația $f(x) = y, x > 0, y \in \mathbb{R}$ are soluție unică (1 punct);
pentru orice $y, f(x) = y \Leftrightarrow x = \log_2(1 + 3^{y^3})$, soluție unică (1 punct); $f^{-1}(x) = \log_2(1 + 3^{x^3})$ (1 punct).
6. Este $1 + 2 + \dots + 9$ (sau C_{10}^2) (2 puncte); adică 45 (1 punct).
7. $\log_{2^{-1}} 6! = \log_{2^{-1}} 720$ (1 punct); $2^9 < 720 < 2^{10}$ (1 punct); $[\log_{2^{-1}} 720] = -10$ (1 punct).
8. Expresia este $E = 2(C_{10}^0 + C_{10}^2 x^2 + \dots + C_{10}^{10} x^{10})$ (1 punct); $E \geq 2(C_{10}^0 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10})$ (1 punct);
 $2(C_{10}^0 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10}) = 2^{10} > 1000$ (1 punct).
9. $S = S_{AOB} + S_{AOC} - S_{BOC}$ (2 puncte); $S = 5 + 12 - 8 = 9$ (1 punct).
10. Vârfurile sunt $(-3, -2), (5, 2), (-1, 4)$ (1,5 puncte); $G(1/3, 4/3)$ (1,5 puncte).

Subiectul III.- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Dacă $\sqrt[3]{2} = a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{Q}$ atunci $2 = a^3 + 6ab^2 + b\sqrt{2}(3a^2 + 2b^2)$ (1 punct); din $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ rezultă $b = 0$, de unde $\sqrt[3]{2} = a \in \mathbb{Q}$, fals (1 punct).
2. Punem în prima urnă doar o bilă albă și în cea de-a doua restul bilelor (1 punct); probabilitatea de a obține o bilă albă este $p = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} = \frac{75}{100}$ (1 punct), deci răspunsul este afirmativ.
3. Luăm AC ca axă Ox și avem coordonatele $A(a, 0), B(b, m), C(c, 0), D(d, n)$ (1 punct); avem
 $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2 \Leftrightarrow (b-a)^2 + m^2 + (c-d)^2 + n^2 = (d-a)^2 + n^2 + (c-b)^2 + m^2$,
ceea ce este echivalent cu $(a-c)(b-d) = 0$; cum $a \neq c$, aceasta revine la $b = d$ (1 punct).
4. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^x + \left(\frac{2}{5}\right)^x + \left(\frac{5}{2}\right)^x + \left(\frac{5}{3}\right)^x + \left(\frac{3}{5}\right)^x$ (1 punct); o funcție $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de forma $u(x) = a^x + a^{-x}$ este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe $[0, \infty)$, acestea fiind și intervalele de monotonie ale lui f (1 punct).
5. În fiecare grupă, suma numerelor este de patru ori unul dintre ele, deci este divizibilă cu 4; reiese că $4 | (1 + 2 + \dots + 4n) = 2n(4n + 1)$, deci n trebuie să fie par (1 punct); pentru n par împărțim în grupe de câte 8 numere consecutive, apoi punem împreună $x + 1, x + 5, x + 6, x + 8$, respectiv $x + 2, x + 3, x + 4, x + 7$ (1 punct).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.