



EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA I – 17.10.2009

CLASA a XII- a – M2

Barem de corectare și notare

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	A	B	D	A	B	A	E	C	A

Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. $A^2 = A$ (2 puncte), deci $A^{2009} = A$ (1 punct).

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ a-1 & a & a+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ a-1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ (1 punct), prin scăderea coloanei 1 din coloanele 2 și 3. (1 punct).

Determinantul este nul (1 punct). Alternativ, se calculează cu regula lui Sarrus.

3. Condiția de coliniaritate este $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ (1 punct). De aici $-1 + 2\alpha - 1 + 2 = 0$ (1 punct), deci $\alpha = 0$ (1 punct).

4. Trebuie arătat că $\det A \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}$ (1 punct) Avem $\det A = 3 + m + 4m + 4 - 3m - 3 - 2 - 2m = 2$ (2 puncte).

5. Determinantul sistemului este de tip Vandermonde $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 13 \\ 1 & 4 & 169 \end{vmatrix} = (13-1)(13+2)(-2-1) \neq 0$ (1 punct), deci

sistemul are soluție unică (1 punct). Obținem $(x, y, z) = (1, 0, 0)$ (1 punct).

6. $a = 0$, altfel limita ar fi infinită (2 puncte). $b = 3$ (1 punct).

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 3}) = -\infty$ (1 punct), $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 3}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{3}{x^2}} \right) = 2$ (1 punct).

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - \sqrt{x^2 - 3}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{-x + \sqrt{x^2 - 3}} = 0$, deci asimptota este $y = 2x$ (1 punct).

8. $\lim_{x \searrow 0} x \ln x = 0$ (1 punct). Rezultă $\lim_{x \searrow 0} f(x) = 0$ (1 punct). $a = 0$ (1 punct).

9. $f'(x) = (x+2)e^x$ (1 punct), de unde $f'(0) = 2$. Cum $f(0) = 1$ (1 punct), ecuația este $y - 1 = 2(x - 0) \Leftrightarrow y = 2x + 1$ (1 punct).

10. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ (1 punct). Derivata se anulează în e (1 punct). e este punct de maxim (1 punct).

Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3a & 2^2 \end{pmatrix}$ (0,5 puncte), de unde rezultă prin inducție că $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (2^n - 1)a & 2^n \end{pmatrix}$ (1 punct). De aici $a = 2$

(0,5 puncte).

2. Determinantul este egal cu $(x^2 - 4)(x^2 + 1)(-1 - 4)$ (1 punct). Obținem soluțiile $2, -2, i, -i$ (1 punct).

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{1 + 6\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} + a + \frac{b}{x} \right) = 1 + a$ (0,5 puncte), deci $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt[3]{1 + 6\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} + a + \frac{b}{x} \right) \in \mathbb{R} \Rightarrow a = -1$ (0,5 puncte).

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 6x^2 + 1} - x \right) = 2$ (0,5 puncte), deci $b = 1$ (0,5 puncte).

4. $\lim_{x \searrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \searrow 0} x^{n-1} \ln x = 0, \forall n \geq 2$ (1 punct). Rezultă $n = 1$, deoarece $\lim_{x \searrow 0} \ln x = -\infty$ (1 punct).

5. $f'(x) = 3ax^2 + 2x + 2$ (0,5 puncte). f nu este monotonă dacă derivata are 2 zerouri (0,5 puncte).

$\Delta > 0 \Rightarrow a < \frac{1}{6}$ (1 punct).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.