



## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

### ETAPA a III-a – 9.05.2009

**CLASA a X- a – TC+CD 3ore**

### Barem de corectare și notare

#### Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5puncte), fie 0 puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	D	B	E	B	D	B	B	C	A

#### Subiectul II

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.  
 Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. Avem  $A_{10}^{10} = 10!$  (1 punct),  $A_9^8 = 9!$  (1 punct), deci  $\frac{A_{10}^{10} - 9! \cdot 9}{A_9^8} = \frac{9!(10-9)}{9!} = 1$  (1 punct).
2. După  $n$  ieftiniri, prețul este  $(0,8)^n$  din cel inițial (2 puncte). Atunci  $(0,8)^n < 0,5 \Rightarrow n \geq 4$  (1 punct). Deci produsul trebuie ieftinit de cel puțin 4 ori.
3. Multiplii de 3 sunt 3,6,9,...,2007 (1 punct). Avem  $\frac{2007}{3} = 669$  multiplii (1 punct) și probabilitatea este  $\frac{669}{2009}$  (1 punct).
4. Sunt  $C_{30}^2$  moduri de a alege 2 elevi (1 punct). Sunt  $C_{17}^2$  perechi formate doar cu 2 fete (1 punct), deci sunt  $C_{30}^2 - C_{17}^2$  perechi ce conțin cel puțin un băiat (1 punct).
5. Avem  $\frac{8!}{k!(8-k)!} = \frac{2 \cdot 8!}{(k-1)!(9-k)!}$  (1 punct). Rezultă  $9-k = 2k$  (1 punct), deci  $k = 3$  (1 punct).
6. Avem  $\frac{1}{2}n(n-1) + n + 1 = 46$  (1 punct). Rezultă  $n^2 + n = 90$  (1 punct), de unde  $n = 9$  (1 punct).
7. Probabilitatea ca din  $n$  aruncări să nu apară stema este  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  (1 punct), adică probabilitatea ca stema să apară cel puțin o dată este  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$  (1 punct). Atunci  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0,9 \Leftrightarrow \frac{1}{10} > \left(\frac{1}{2}\right)^n \Leftrightarrow n \geq 4$ . Valoarea minimă este 4 (1 punct).
8. Inegalitatea se scrie echivalent  $\frac{1}{4}(\log_2 n)^2 > 1$  (1 punct)  $\Leftrightarrow \log_2 n > 2 \Leftrightarrow n > 4$  (1 punct). Probabilitatea este  $\frac{5}{8}$  (1 punct).
9. Avem  $C_{n+2}^{k+2} = C_{n+1}^{k+2} + C_{n+1}^{k+1}$ , din formula combinărilor complementare (1 punct). Din  $C_{n+1}^{k+2} = C_n^{k+2} + C_n^{k+1}$  (1 punct) și  $C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k$ , prin însumare rezultă cerința (1 punct).
10. Numărul permutărilor este  $n!$  (0,5 puncte), iar numărul submulțimilor este  $2^n$  (0,5 puncte). Avem  $120 = 5! > 2^5 = 32$  (1 punct) și  $n! > 5! \cdot 2^{n-5} > 2^5 \cdot 2^{n-5} = 2^n$  (1 punct).

### Subiectul III

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.  
Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Cerința se rescrie  $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 > 2$  (**1 punct**). Atunci  $1 + \frac{x}{100} > \sqrt{2}$  (**0,5 puncte**), deci  $x = 41$  (**0,5 puncte**).
2. Sunt 27 de triplete (**0,5 puncte**). Cazurile defavorabile sunt  $\max\{a, b, c\} - \min\{a, b, c\} = 0 \Leftrightarrow a = b = c$ , deci 3 triplete (**0,5 puncte**) sau  $\max\{a, b, c\} - \min\{a, b, c\} = 2 \Rightarrow \max\{a, b, c\} = 3 \ \& \ \min\{a, b, c\} = 1$  (**0,5 puncte**). Aceste triplete sunt  $(3, 2, 1); (3, 3, 1); (3, 1, 1)$  și cele  $3! + 3 + 3 = 12$  permutări ale acestora, în total 15 defavorabile și 12 favorabile; probabilitatea este  $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$  (**0,5 puncte**).
3. Funcția este monotonă, deci imaginea sa este intervalul de capete  $f(0) = b$  și  $f(1) = a + b$  (**1 punct**). Avem  $b = 0, a + b = 2 \Rightarrow a = 2$  sau  $b = 2, a + b = 0$ , de unde rezultă concluzia (**1 punct**).
4. Dacă  $X$  este o submulțime cu număr impar de elemente, atunci complementara sa în mulțimea considerată are un număr par de elemente (**1 punct**) și reciproc (**1 punct**).
5. Produsul trebuie să fie 2, 3 sau 5, deoarece factorii sunt cel mult egali cu 5. (**0,5 puncte**) Atunci 4 factori ai produsului sunt egali cu 1, iar al cincilea egal cu  $p, p \in \{2, 3, 5\}$ . (**0,5 puncte**) Pentru fiecare  $p$  avem 5 funcții, (**0,5 puncte**) deci în total sunt 15 funcții (**0,5 puncte**).

Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.