



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECI și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 9.05.2009

Numele și Prenumele	
Școala	

XII. OSZTÁLY – M1

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I.TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ!

5 p	1. Mennyivel egyenlő $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$? A) $\ln \frac{3}{2}$; B) $2 \ln 2$; C) $\ln 4 - \ln 3$; D) $\ln 3 - 1$; E) $\ln \frac{3}{4}$.
5 p	2. Az $f : [0, 9] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}$ függvény, szubgrafikonjának terület: A) 1; B) 16; C) 5; D) 8; E) 4.
5 p	3. Az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával keletkező test térfogata: A) $\frac{11\pi}{6}$; B) $\frac{11\pi}{3}$; C) $\frac{\pi}{6}$; D) $\frac{5\pi}{2}$; E) π .
5 p	4. Legyen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^x$ és $A = \int_0^1 f(x) dx$. Az alábbi kijelentések közül melyik igaz A) $A > 3$; B) $A < 0$; C) $A \in (0, e]$; D) $A \in (e, 3)$; E) $A = 0$.
5 p	5. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^x (t^2 + 1) dt$. Mennyivel egyenlő $f'(3)$? A) 1; B) 10; C) 2; D) 3; E) 9.
5 p	6. Mennyivel egyenlő az $f = 3X^3 + X + 2$ polinom, $X + 1$ -el való osztási maradéka? A) 1; B) 6; C) -2; D) 2; E) -5.
5 p	7. Mennyivel egyenlő az $f = X^4 + 3X^3 - 3X^2 + 5$ polinom, a $g = X^2 + 3X - 3$ polinommal való osztási hányadosa? A) $X + 5$; B) $X^2 + 5$; C) X^2 ; D) 5; E) $3X^2$.
5 p	8. Legyen $f = X^3 - 2X^2 + X + 5 \in \mathbb{C}[X]$ és $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ a polinom gyökei. Mennyivel egyenlő $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_1x_2x_3$? A) 12; B) -2; C) -8; D) 5; E) 0.
5 p	9. Legyen $f = X^4 - 2X^3 + 2X^2 + X + 7 \in \mathbb{C}[X]$ és $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ a polinom gyökei. Mennyivel egyenlő $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$? A) -1; B) 2; C) -2; D) 0; E) 1.
5 p	10. Hány valós gyöke van az $f = X^4 + 5X^2 - 14$ polinomnak? A) 1; B) 2; C) 4; D) 3; E) 0.

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

3 p	1. Számítsátok ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$ függvény grafikus képe, az Ox tengely és az $x = 1, x = 3$ egyenletű egyenesek határoznak meg.
3 p	2. Határozzuk meg az $a \in (0, \infty)$ úgy, hogy az $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával keletkező test térfogata $\frac{4\pi}{3}$ legyen.
3 p	3. Számítsuk ki az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{1+t^3} dt$ függvény deriváltját.
3 p	4. Számítsuk ki $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x + 1} dx$.
3 p	5. Számítsuk ki $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x t \operatorname{arctg} t dt$.
3 p	6. Mutassuk ki, hogy az $f = X^4 - 3X^3 + 5X^2 - 10X + 2 \in \mathbb{R}[X]$ polinomnak, nem minden gyöke valós.
3 p	7. Legyen $f = X^3 - 3X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$. Határozzuk meg az f gyökeit, ha tudjuk, hogy $f(1-i) = 0$.
3 p	8. Mutassuk ki, hogy az $f = X^4 + aX + \hat{3} \in \mathbb{Z}_5[X]$, $a \neq \hat{0}$ polinomnak, van legalább egy gyöke a \mathbb{Z}_5 -ben.
3 p	9. Oldjuk meg az $x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$, $x \in \mathbb{R}$ egyenletet.
3 p	10. Mutassuk ki, hogy az $f = X^3 - X + \hat{2} \in \mathbb{Z}_3[X]$ polinom, irreducibilis a $\mathbb{Z}_3[X]$ -ben.

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

2 p	1. Mutassuk ki, hogy $\int_{-x}^x \frac{e^t \cos t}{1+e^t} dt = \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$.
2 p	2. Mutassuk ki, hogy létezik $a > 0$ úgy, hogy az $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{x^2}$ függvény szubgrafikonjának területe e^2 legyen.
2 p	3. Legyen $f = 3X^3 - 3X^2 + X + a \in \mathbb{R}[X]$. Határozzuk meg az a valós értékeit tudva azt, hogy az f polinomnak minden gyöke valós.
2 p	4. Mutassuk ki, hogy nem létezik $f \in \mathbb{Z}[X]$ polinom úgy, hogy $f(4) = 9$ és $f(9) = 5$.
2 p	5. Legyen $f = X^3 - X + a \in \mathbb{R}[X]$ és $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ a polinom gyökei. Határozzuk meg az a valós értékeit tudva azt, hogy $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}$.

Maximális pontszám: 100 pont