



FUNDAȚIA DE EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

browse on web: www.evaluareineducatie.ro

EVALUĂRI NAȚIONALE CONTINUE
ÎN EDUCAȚIE

Desfășurate în parteneriat MECI și sub egida Academiei Române



Protocol M.E.C.I. nr. 46359/ 07.12.2007 (Matematică)

Protocol M.E.C.I. nr. 27829/ 05.03.2008 (Lb. Română, Lb. Engleză, Lb. Germană, Informatică, Fizică)

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE la MATEMATICĂ

ETAPA a III-a – 9.05.2009

Numele și Prenumele	
Școala	

XII. OSZTÁLY – M2

Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.

I.TÉTEL (50 pont) Karikázzátok be a helyes választ!

5 p	1. Az $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$ függvény, szubgrafikonjának területe: A) 3; B) $4 + \ln 3$; C) $\ln 3$; D) $2 + \ln 3$; E) $3 + \ln 2$.
5 p	2. Mennyivel egyenlő $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$? A) 0; B) 2; C) 1; D) $\sqrt{2}$; E) -1.
5 p	3. Legyen $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1}$ függvény, egy primitív függvénye. Mennyivel egyenlő $F(11) - F(1)$? A) $\ln 6$; B) $\frac{1}{11}$; C) 10; D) $\ln 12$; E) $\frac{1}{2}$.
5 p	4. Az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával keletkező test térfogata: A) $\frac{\pi}{4}$; B) $\frac{1}{5}$; C) $\frac{\pi}{5}$; D) $\frac{\pi}{3}$; E) $\frac{\pi}{2}$.
5 p	5. Mennyivel egyenlő $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x} \int_0^x e^t dt$? A) e ; B) 1; C) ∞ ; D) 0; E) $e - 1$.
5 p	6. Mennyivel egyenlő az $f = X^5 + X^2 + 1$ polinom, $X - 1$ -el való osztási maradéka? A) -1; B) 3; C) 5; D) 0; E) 1.
5 p	7. Az $f = (X^2 + X - 3)^3$ polinom, együtthatóinak összege: A) -1; B) 27; C) -27; D) 0; E) -3.
5 p	8. Az $f = X^3 - 6X^2 + 11X - 6$ polinom, valós gyökeinek összege: A) 6; B) -1; C) 0; D) -6; E) 11.
5 p	9. Mennyivel egyenlő az $f = X^4 + X^2 + 1$ polinom, a $g = X + 1$ polinommal való osztási hányadosa? A) $X^3 - 3X - 1$; B) $X^3 - X^2 + 2X - 2$; C) $X^3 - X$; D) $X^3 - X - 1$; E) $X^3 + X^2 - 1$.
5 p	10. Legyen $f = X^3 - 3X - 1 \in \mathbb{R}[X]$ és $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ a polinom gyökei. Mennyivel egyenlő $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$? A) -3; B) 5; C) 10; D) 2; E) 6.

II. TÉTEL (30 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

3 p	1. Határozzuk meg az $a > 0$ értéket úgy, hogy az $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$ függvény, szubgrafikonjának területe 4 legyen.
3 p	2. Számítsuk ki: $\int_0^1 \frac{2}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)} dx$.
3 p	3. Mutassuk ki hogy: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1 + x^2} dx = 0$.
3 p	4. Számítsuk ki az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_{-1}^x t^2 \sqrt{1 + t^2} dt$ függvény, deriváltját.
3 p	5. Mutassuk ki hogy az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{\frac{2x}{x^3 + 1}}$ függvény grafikus képének, az Ox tengely körüli forgatásával keletkező test térfogata kisebb mint π .
3 p	6. Legyen az $f = X^4 - 4X^3 + 3X^2 + 2X - 2 \in \mathbb{R}[X]$ polinom és $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ a gyökei. Számítsuk ki: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$.
3 p	7. Legyen $f = X^4 + mX^3 + 2X^2 + X + 3 \in \mathbb{R}[X]$. Határozzuk meg az f polinom $X + 1$ -el való osztási hányadosát ha tudjuk, hogy az $X - 1$ -el való osztási maradéka 4.
3 p	8. Határozzuk meg \mathbb{Z}_5 -ben az $f = X^3 + \hat{2}X + \hat{2} \in \mathbb{Z}_5[X]$ polinom gyökeit.
3 p	9. Mutassuk ki hogy az $f = X^3 + X^2 + 2X - 7 \in \mathbb{R}[X]$ polinomnak, pontosan egy valós gyöke van.
3 p	10. Oldjuk meg: $x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}$.

III. TÉTEL (10 pont) Írjátok le a részletes megoldást !

2 p	1. Számítsuk ki $\int_0^1 \frac{x}{(1 + x^2)^2} dx$.
2 p	2. Számítsuk ki $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{t^4}{1 + t^4} dt$.
2 p	3. Legyen $f = X^3 + X^2 + aX - 1 \in \mathbb{Z}[X]$. Határozzuk meg az a szám egész értékeit úgy, hogy az f -nek legyen legalább egy racionális gyöke.
2 p	4. Adottak az $f = X^3 + X^2 + X + 2$ és $g = X^2 + X - 3$ polinomok. Ha $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ a g polinom gyökei, számítsuk ki az $f(x_1)f(x_2)$ szorzatot.
2 p	5. Legyen $a, b \in \mathbb{Z}_7$ úgy, hogy $a^2 + b^2 = \hat{3}$. Mutassuk ki, hogy $ab \in \{\hat{3}, \hat{4}\}$.

Maximális pontszám: 100 pont