

CONCURSUL DE EVALUARE ÎN MATEMATICĂ
desfășurat sub coordonarea prof. **CONSTANTIN NĂSTĂSESCU**, membru corespondent al
ACADEMIEI ROMÂNE
17 . 11 . 2007
Clasa a VI –a
SOLUȚII

SUBIECTUL I

1) c) 2) b) 3) b) 4) b) 5) c)

SUBIECTUL II

- 1) 0
- 2) 5 cm
- 3) $\frac{5}{17}$
- 4) 1
- 5) 13
- 6) 37
- 7) 2
- 8) $\frac{2}{3}$
- 9) 17
- 10) 130; 135

SUBIECTUL III

- a) 1, 2, 4, 8. Deci numărul 8 are 4 divizori naturali.
- b) 1, 2, 3, 6. Rezultă că numărul 6 are 4 divizori naturali.
- c) p^3 are divizorii: 1, p , p^2 și p^3 , deoarece p este prim. Deci are 4 divizori naturali.
- d) $p \cdot q$ are divizorii: 1, p , q și $p \cdot q$ (p, q prime distincte) $\Rightarrow p \cdot q$ are 4 divizori.
- e) Un număr cu 4 divizori trebuie să fie ori de forma p^3 cu p prim, ori de forma $p \cdot q$ cu p și q prime, distincte. Cel mai mic număr de 3 cifre de forma p^3 cu p prim este $5^3 = 125$ (deoarece $3^3 = 27$ și nu are 3 cifre). Cel mai mic număr de 3 cifre de forma $p \cdot q$ cu p, q prime distincte este $2 \cdot 53 = 106$. Deci cel mai mic număr de 3 cifre cu 4 divizori naturali este 106.

- f) Facem un raționament analog cu cel de la punctul e). Cel mai mare număr de 3 cifre de forma p^3 , p prim, este $7^3 = 343$ (deoarece $11^3 = 1331$). Cel mai mare număr de 3 cifre de forma $p \cdot q$, p, q prime, distincte, este $998 = 2 \cdot 499$. Prin urmare, cel mai mare număr de 3 cifre cu 4 divizori naturali este 998.

SUBIECTUL IV

- a) $2^{10} = 2^5 \cdot 2^5 = 32 \cdot 32 = 1024$, $2^{11} = 2^{10} \cdot 2 = 2048$.
- b) $5^4 = 5^2 \cdot 5^2 = 25 \cdot 25 = 625$, $5^5 = 5^4 \cdot 5 = 3125$.
- c) Conform punctului a) $2^{10} = 1024$ și $2^{11} = 2048$. Deci oricare ar fi $a, b \in \{0, 1, \dots, 9\}$ nu putem scrie numărul $\overline{11ab}$ ca o putere a lui 2, deoarece $1024 < \overline{11ab} < 2048 \Rightarrow \overline{11ab}$ se poate încadra între două puteri consecutive ale lui 2.
- d) Conform punctului b) $5^4 = 625$ și $5^5 = 3125$. Deci oricare ar fi $a, b \in \{0, 1, \dots, 9\}$ nu putem scrie numărul $\overline{11ab}$ ca o putere a lui 5, deoarece $625 < \overline{11ab} < 3125 \Rightarrow \overline{11ab}$ se poate încadra între două puteri consecutive ale lui 5.
- e) Folosind c) și d) deducem că $\overline{11ab}$ nu se poate scrie ca o putere a lui 2 sau ca o putere a lui 5. Vom arăta că $\overline{11ab}$ nu poate fi nici combinație de puteri ale lui 2 și 5. Presupunem ca $\overline{11ab} = 2^a \cdot 5^b$ cu $a, b \in \mathbf{N}^*$ $\Rightarrow \overline{11ab}$ este multiplu de 10 $\Rightarrow \overline{11a} = 2^{a-1} \cdot 5^{b-1}$ cu $a-1, b-1 \in \mathbf{N}^*$. Cu același raționament numărul este 1100. Cum $1100 : 11 \Rightarrow 1100$ nu poate fi de forma $2^a \cdot 5^b$. Ținând cont de faptul că $\overline{11ab}$ nu poate fi putere a lui 2 sau putere a lui 5 sau combinație de puteri ale lui 2 și puteri ale lui 5 \Rightarrow fracția se transformă în fracție periodică, în care perioada nu este alcătuită numai din cifra 0.