

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 19.02.2011

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a M1

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5 puncte), fie 0 puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

| Nr. item | I.1. | I.2. | I.3. | I.4. | I.5. | I.6. | I.7. | I.8. | I.9. | I.10. |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Rezultate | D | C | E | E | B | C | E | C | E | D |

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 + \frac{5}{3^n}}$ (2 puncte), = 3 (1 punct).

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n}$ (2 puncte) = $\frac{1}{2}$ (1 punct).

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+x+3}-x}$ (2 puncte), de unde limita este $-\frac{1}{2}$ (1 punct).

4. Limita la stânga este $-\infty$ (2 puncte), limita la dreapta este ∞ (1 punct).

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{1/x} - 1}{1/x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3^t - 1}{t}$ (2 puncte) = $\ln 3$ (1 punct).

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{2x+1}{x+3}$ (1 punct) = $\ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+3}$ (1 punct) = $\ln 2$ (1 punct).

7. Numărul inversiunilor este 7 (2 puncte). Semnul permutării este -1 (sau permutarea este impară) (1 punct).

8. $A^2 + 2A - 5I_2 = O_2$ (2 puncte). $A^3 + 2A^2 - 5A = A \cdot O_2 = O_2$ (1 punct).

9. Prin calcul, determinantul este egal cu $5(x^2 + x - 6)$ (1 punct), $x = 2$ (1 punct), $x = -3$ (1 punct).

10. $A^3 = O_3$ (1 punct), $(I_3 - A)(I_3 + A + A^2) = I_3 - A^3$ (1 punct) = I_3 (1 punct).

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.



EVALUĂRI NAȚIONALE ÎN EDUCAȚIE
ÎN PARTENERIAT M.E.C.T.S. ȘI SUB EGIDA ACADEMIEI ROMÂNE

© Copyright Fundația de Evaluare în Educație, 2008. Cod M.F.P. 14.13.20.99/2, C.I.F. 23033139



1. $a_2 = 3 < a_1$ **(0,5 puncte)**. Presupunem că $a_n < a_{n-1}$. Rezultă că $a_{n+1} = \sqrt{3+a_n} < \sqrt{3+a_{n-1}} = a_n$, deci șirul este descrescător **(0,5 puncte)**. $0 < a_n \leq a_1, \forall n \geq 1$, deci șirul este mărginit **(1 punct)**.

2. Limita este $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\pi\sqrt{4n^2+n}-2n\pi\right)$ **(1 punct)** $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{\sqrt{4n^2+n}+2n}$
(0,5 puncte) $= \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **(0,5 puncte)**.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{x^2+2}+x} = 0$, deci dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală la $+\infty$

(1 punct). $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -2$, **(0,5 puncte)**,

$n = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2}+x) = 0$ deci dreapta $y = -2x$ este asimptotă oblică la $-\infty$ **(0,5 puncte)**. Funcția nu are asimptote verticale, deoarece este continuă pe \mathbb{R} .

4. Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Rezultă $\det X = 0 \Rightarrow X^2 = tX$, unde $t = \text{tr } X = a + d$ **(0,5 puncte)**.

Din ecuație rezultă $X^3 = t^2 X = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ **(0,5 puncte)**, deci $t^3 = 2 + 6 = 8$ de unde $t = 2$

(0,5 puncte). Soluția este $X = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 3/4 & 3/2 \end{pmatrix}$ **(0,5 puncte)**.

5. Determinantul este egal cu $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^3 & b^3-a^3 & c^3-a^3 \end{vmatrix}$ **(0,5 puncte)**,

$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ a^3 & b^2+ab+a^2 & c^2+ac+a^2 \end{vmatrix}$ **(0,5 puncte)**,

$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ a^3 & b^2+ab+a^2 & (c-b)(a+b+c) \end{vmatrix}$ **(0,5 puncte)**

$= (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$ **(0,5 puncte)**.

♦ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

