

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se rezolvă inecuația $x^3 - 3x + 2 < x^3$. Se obține $x \in (\frac{2}{3}, +\infty)$ și $V = (\frac{2}{3}, +\infty)$.

b) Se obține $l = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x+3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3(x-1)}{x-1} = -3$

c) $h(x) = \frac{-3x+2}{x^2-1}$. Dreptele $x = -1$ și $x = 1$ sunt asimptote verticale, iar dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ și $-\infty$.

d) Funcția f este derivabilă. Se obține $f'(x) = 3x^2 - 3$. Soluțiile ecuației $f'(x) = 0$ sunt $x \in \{-1, 1\}$ și $A = \{-1, 1\}$.

e) Se obține $\frac{3}{f'(x)} = \frac{1}{x^2-1}$ și $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{1}{x^2-1}$.

f) Se obține $\frac{1}{f'(x)} + \frac{1}{f'(x+1)} + \frac{1}{f'(x+2)} + \dots + \frac{1}{f'(x+10)} =$
 $\frac{1}{6} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} + \dots + \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+11} \right)$
 $= \frac{1}{6} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} - \frac{1}{x+11} \right).$

Rezultă că $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} - \frac{1}{x+11} \right) = \frac{1}{6} (1+1-1-1) = 0$