

Soluție

1.a) $f'(x) = 2^x \ln 2 - \ln 2$.

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) = 7 \ln 2$.

c) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ și din tabelul de variație al funcției $f \Rightarrow x = 0$ este punct de minim local.

2.a) $\int f(x) dx = e^x + c$.

b) $V = \pi \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \pi \int_0^1 t dt = \frac{\pi}{2}$.

c) $\int_1^3 \frac{1}{x(x+2)} dx = \int_1^3 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln x - \ln(x+2)) \Big|_1^3 = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$.