

Soluție

1.a) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}$, înlocuind $\overrightarrow{AN} = 3 \cdot \overrightarrow{AC}$ obținem $\overrightarrow{BN} = 3 \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{BC}$, rezultă că \overrightarrow{MN} și \overrightarrow{BC} sunt coliniari.

2.a) $BC = 2R = 16$, $AC = \frac{BC}{2} = 8$ și folosind teorema lui Pitagora obținem $AB = 8\sqrt{3}$

Perimetrul triunghiului ABC este $24 + 8\sqrt{3}$.

b) Bisectoarea este și perpendiculara din A pe BC . Lungimea bisectoarei este $3\sqrt{6}$.

3.a) $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{1}{2}$ și $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -\frac{1}{2}$, deci $m_{AB} = m_{AC} = -\frac{1}{2}$, rezultă $OB \parallel AC$

b) Folosindu-se formula lungimii dintre două puncte obținem:

$$OB = 2\sqrt{5}, \quad BA = \sqrt{13}, \quad CA = 2\sqrt{5}, \quad CO = \sqrt{13}.$$

Perimetrul patrulaterului $OBAC$ este $4\sqrt{5} + 2\sqrt{13}$.