rezolvare

1a) $f'(x) = \dfrac{a\sqrt{x^2+x+1}-(ax+b)\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}}{x^2+x+1} = \dfrac{(a-2b)x+2a-b}{2(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$.

b) Trebuie ca $f'(x) > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, ceea ce se întâmplă dacă şi numai dacă funcția liniară de la numărătorul derivatei este constantă şi pozitivă, adică $a = 2b > 0$.

c) Conform **b)**, în acest caz funcția este strict crescătoare. Cum funcția este şi continuă, iar $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 2,\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$, mulțimea valorilor funcției este $(-2, 2)$.

2a) $f'(x) = e^{\arcsin x} > 0, \forall x \in [-1,1]$.

b) Cu schimbarea de variabilă $t = \sin u, dt = \cos u du$ obținem $f(x) = \int_0^{\arcsin x} e^u \cos u du$.

c) $f(1) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^u \cos u du = e^u \sin u \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^u \sin u du = e^{\frac{\pi}{2}} + e^u \cos u \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^u \cos u du = e^{\frac{\pi}{2}} + 1 - f(1)$.

Rezultă $f(1) = \dfrac{1}{2} e^{\frac{\pi}{2}} + \dfrac{1}{2}$.