Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $4x^3 \le (1+x^3)^2$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$; $(x^3-1)^2 \ge 0$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$.

b) $1+x^2\Big|_0^n = 2nx\Big|_0^1$; $n=1$.

c) f continuă, $f \ge 0$ $pe\,[1,2]$; $aria(\Gamma_f) = \int_1^2 (x^2-x+1)dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x\right)\Big|_1^2 = \frac{11}{6}$.

d) $F:(0,\infty)\to\mathbb{R}, F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3\ln x + C, C \in \mathbb{R}$; $F'(1) + F(1) = \frac{5}{2}$ rezultă $C=-6$,

$F:(0,\infty)\to\mathbb{R}, F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3\ln x - 6$.

e) $f,g:[1,e]\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x^3+1}, g(x) = \frac{x^3+1}{4x}$; continue pe $[1,e]$, $f \le g$;

$\int_1^e \frac{x^2}{x^3+1}dx \le \frac{1}{4}\int_1^e \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)dx = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}x^3 + \ln x\right)\Big|_1^e = \frac{e^3+2}{12}$.

f) $I = \int_{-1}^2 (x+2|x|)e^x\,dx = -\int_{-1}^0 xe^x\,dx + 3\int_0^2 xe^x\,dx = 3e^2 - \frac{2}{e} + 4$.