

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluții

a) Punctul dat aparține graficului dacă $f(1) = 6$. Se obține ecuația $2^a + 4^a = 6$. Se face notația $2^a = t$, $t > 0$. Se obține soluția $a = 1$.

b) Se obține $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2^{-x} + 4^{-x}) = 0 + 0 = 0$.

c) Funcția este derivabilă și $f'(x) = a \cdot 2^{ax} \ln 2 + a \cdot 4^{ax} \ln 4$.

d) Se obține că $f'(0) = a \ln 2 + a \ln 4 = a \ln 2 + 2a \ln 2 = 3a \ln 2$. Se obține $3a \ln 2 = 6 \ln 2$ și rezultă $a = 2$.

e) Din punctul a) rezultă că funcția este $f(x) = 2^x + 4^x$. Panta tangentei este $m = f'(1) = 2 \ln 2 + 4 \ln 4 = 10 \ln 2$, iar ecuația tangentei este $y = 6 + 10(x - 1) \ln 2$.

f) Funcția este derivabilă. Se scrie că $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$ și se obține $f'(x) = -2^{-x} \ln 2 - 4^{-x} \ln 4 < 0$, deci funcția este descrescătoare pe \mathbb{R} .