Soluție:

1. a) $\varepsilon(\sigma) = (-1)^{m(\sigma)} = (-1)^2 = 1$.

b) Avem $\sigma^3 = e$, unde e este permutarea identică. Evident, σ comută cu permutările e, σ, σ^2.
Se arată, prin calcul direct, că σ nu comută cu celelalte 3 permutări din S_3.

c) Dacă $x \in S_3$ este o permutare impară (deci o transpoziție), evident, $x^2 = e \neq \sigma$.
Obținem unica soluție $x = \sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2. a) Calcul direct.
b) Se arată că înmulțirea matricelor este lege de compoziție pe G. Se verifică axiomele grupului abelian.
Elementul neutru este matricea $X(0)$, iar simetrica lui $X(a) \in G$ este matricea $X\left(-1 + \dfrac{1}{a+1}\right) \in G$.

c) Se demonstrează prin inducție că
$\forall\, n \in \mathbb{N}^*$, $\forall\, a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $X(a_1) \cdot X(a_2) \cdot ... \cdot X(a_n) = X\big((a_1+1)\cdot(a_2+1)\cdot ... \cdot(a_n+1) - 1\big)$.
Pentru $n = 2007$ și $a_k = k$, $\forall\, k \in \{1, 2, ..., 2007\}$, obținem $t = 2008!$