SOLUȚIE:

a) $f'(x)=\frac{1}{x}>0, \forall x\in(0,\infty) \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(0,\infty)$

b) Fie $h:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ h(x)=f(x)-\frac{2(x-1)}{x+1}$. Atunci, $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{4}{(x+1)^2}=\frac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}>0, \forall x>0$

$\Rightarrow h$ este crescătoare pe $(0,\infty)$;

Dar, $(1,\infty)\subset(0,\infty)\Rightarrow h$ este crescătoare pe $(1,\infty)$ Cum $h(1)=0\Rightarrow h(x)>0, \forall x>1$

$\Rightarrow f(x)>\frac{2(x-1)}{x+1}, \forall x>1.$

c) $0<x<y\Rightarrow \frac{y}{x}>1,\ \ln\left(\frac{y}{x}\right)>\frac{2\left(\frac{y}{x}-1\right)}{\frac{y}{x}+1} \Rightarrow \ln\frac{y}{x}>\frac{2(y-x)}{y+x}$

d) f este strict crescătoare, $f(1)=0,\ f\left(e^2\right)=2 \Rightarrow x\in\left[1,e^2\right)\cap\mathbb{Z}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

e) $l_2=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+mx+n}{x^2}=1,\ \forall m,n\in\mathbb{R}\ l_1=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{x^2}=0\Rightarrow l_1-l_2=-1$

f) Funcția g este continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow g$ este continuă în $x=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}g(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)=g(0)\Leftrightarrow n=2$

și $m\in\mathbb{R}$.