

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție.**

1. a) Avem că  $A = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45\}$ , deci  $\{x \in A \mid x \text{ este pătrat perfect}\} = \{1, 9, 25\}$ .
- b) Deoarece  $\log_2 \frac{a}{b} + \log_2 \frac{b}{a} = \log_2 1 = 0$ , rezultă suma cerută este egală cu 0.
2. Din relația  $a_8 + a_{12} + a_{18} + a_{22} = 12$  obținem că  $a_1 + a_{29} = 6$ , deci  $S_{29} = \frac{(a_1 + a_{29}) \cdot 29}{2} = \frac{6 \cdot 29}{2} = 87$ .
3. Cei 4 băieți pot fi aleși în  $C_9^4 = 126$  moduri și cele 3 fete pot fi alese în  $C_7^3 = 35$  moduri, deci echipa poate fi aleasă în  $126 \cdot 35 = 4410$  moduri.
4. a) Pentru orice  $0 < x < y \leq 1$  avem  $0 < xy < 1$  și  $f(y) - f(x) = \frac{(y-x)(xy-1)}{xy} < 0$ , deci funcția este strict descrescătoare.
- b) Avem că  $2^x = x + \frac{1}{x} \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} - 2^x = 0$  și funcția  $g : (0;1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + \frac{1}{x} - 2^x$  este strict descrescătoare pe  $(0;1]$ . Prin urmare,  $x + \frac{1}{x} - 2^x = 0 \Leftrightarrow g(x) = g(1)$ , iar pentru  $x \in (0;1)$ , avem că  $g(x) > g(1) = 0$ , de unde rezultă că unica soluție a ecuației este  $x = 1$ .