Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) Limita ceruta este egala cu 1.
b) f' e functie polinomiala de grad 3 deci ecuatia va avea cel mult 3 radacini reale
Aplicand T. lui Rolle functiei f pe $[1,3],[3,5],[5,7] \Rightarrow f'$ se anuleaza in cel putin3 puncte.
c) $f(x)=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)=(a-4)(a+4)$
$f(x)=a^2-16\geq -16$, cu egalitate daca $a=x^2-8x+11=0, x\in\{4-\sqrt{5},4+\sqrt{5}\}$ Minimul cerut este -16.

2.a) Pentru $x\in\mathbb{R}^*, f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$. Din ipoteza avem ca $x^2\cdot f(x)=x\cdot\sin x, x\in\mathbb{R}$

$I=\int_0^{\pi} x\sin x dx=-\int_0^{\pi}(\cos x)'\cdot x dx$ $I=-x\cos x\Big|_0^{\pi}+\int_0^{\pi}\cos x dx=\pi$.

b) Functia $g(x)=f(x), x\in I-\{0\}, g(0)=1, I=[0,1]$, este continua pe I deci integrabila
Cum f difera de g doar in x=0, rezulta ca si f este integrabila pe I.
c) Arata ca $\sin x<x, x>0$ .Atunci avem:
$\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx<\int_1^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=\cos 1$.