Soluție

1. a) Avem că $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 8 \cdot 6^{-1} = \frac{1}{2^4} \cdot 2^3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ şi $4^2 = 16$, prin urmare ipoteza este adevărată şi concluzia falsă, de unde rezultă că propoziția dată este falsă.

b) Avem că $a = 2^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{6}}$, $b = 3^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{1}{6}}$ şi $c = 6^{\frac{1}{6}}$, de unde obținem $c < a < b$.

2. Prin calcul obținem $a_2 = 2 \cdot a_1 - 1 = 3,\ a_3 = 2 \cdot a_2 - 1 = 5,\ a_4 = 2 \cdot a_3 - 1 = 9$.

3. $C_{x+8}^{x+3} = 5 \cdot A_{x+6}^{3} \Leftrightarrow x^2 + 15x - 544 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-32; 17\}$. Soluție $x = 17$.

4. a) Avem că $f(-2) = 0,\ f(-1) = 3,\ f(1) = 1,\ f(2) = 4,\ f(3) = -1$, deci $\operatorname{Im} f = \{-1, 0, 1, 3, 4\}$.

b) Din subpunctul a) avem că $f(x) \le 4$ pentru orice $x \in \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ şi $g(x) \ge 5$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Prin urmare, ecuația nu are soluții reale.