Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $F(x)=\int f(x)dx=\int\left(x^3+x-2\sqrt[3]{x}\right)dx=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+\ell;O(0,0)\in G_{F(x)}\Rightarrow F(0)=0\Rightarrow \ell=0\Rightarrow$

$F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}$

b) $f(x)+f(-x)+1=\left(x^3+x-2\sqrt[3]{x}\right)+\left((-x)^3+(-x)-2\sqrt[3]{(-x)}\right)+1=1\Rightarrow$

$\int_{-1}^{1}\left[f(x)+f(-x)+1\right]dx=\int_{-1}^{1}1dx=x\Big|_{-1}^{1}=2$

c) $\int_0^{\sqrt{2}}g\left(1-x+x^3\right)dx=\int_0^{\sqrt{2}}\left(x-x^3\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^{\sqrt{2}}=0$

d) Dacă G este o primitivă a funcției $g\Rightarrow G(x)\in\int g(x)dx\Leftrightarrow G'(x)=g(x)$;

$g(x)=1-x<0,\forall x\geq 1\Rightarrow G$ descrescătoare $\forall x\in[1;+\infty)$;

$2007<2008; 2007, 2008\in[1;+\infty)\Rightarrow G(2007)>G(2008)$

e) $\int_1^2 g(x)dx+\int_2^3 g(x)dx+\int_3^4 g(x)dx+...+\int_{n-1}^{n}g(x)dx=\frac{-n^2+2n-1}{2}\Rightarrow$

$\frac{-n^2+2n-1}{2}=-32\Rightarrow n_1=-7, n_2=9; n\in\mathbb{N}\Rightarrow n=9$

f) $\Gamma_g=\int_0^1 g(x)dx=\int_0^1(1-x)dx=\left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{2}$