

Soluție

1. $f(-1) = 0 \Rightarrow a = \sqrt{2}$

$$x+1 \leq \sqrt{2}x + \sqrt{2} \Leftrightarrow (1-\sqrt{2})x \leq \sqrt{2}-1 \Leftrightarrow x \geq -1 \Leftrightarrow x \in [-1; \infty)$$

2.a) $f(x) = x^2 - 2x$, deci axa de simetrie are ecuația $x = 1$, rezultă $f(1-x) = f(1+x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$f(1+3,75) = f(1-3,75) \Rightarrow f(4,75) = f(-2,75)$$

b) axa de simetrie $x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{m}{2}$, deci $m = -2$

$$f(2) = 4 + 2m + 2n \Leftrightarrow 0 = 4 - 4 + 2n \Leftrightarrow n = 0$$

3. $a = 2 > 0 \Rightarrow$ funcția admite minim

$$f \text{ strict descrescătoare pe } \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right] = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \text{ și } f \text{ strict crescătoare pe } \left[-\frac{b}{2a}; \infty\right) = \left[\frac{3}{2}; \infty\right)$$

4. a) $2^{x^2-3x} = 2^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x \in \{1; 2\}$

b) $\log_2(x^3 - 19) = 3 \Rightarrow x^3 - 19 = 8 \Rightarrow x = 3$ si verificare