

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Soluție :

a)  $A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b)  $\det(A) = 1, \det(A^2) = 1$

c)  $\begin{pmatrix} x+y-2 & -3x+3 \\ x-1 & -2x+y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x = y = 1$

d) Din c.  $\Rightarrow A^2 = -A - I_2$ ,  $A^3 = A^2 A = -A^2 - A = I_2 \Rightarrow A^3 + A^2 + A = O_2$

e) Din d.  $\Rightarrow A + A^2 + A^3 = O_3$  și  $28 = 3 \cdot 9 + 1 \Rightarrow A + A^2 + \dots + A^{28} = A + 9 \cdot O_2 = A$

f)  $aI_2 + A$  inversabilă  $\Leftrightarrow \det(aI_2 + A) \neq 0$

$$\det(aI_2 + A) = \begin{vmatrix} a+1 & -3 \\ 1 & a-2 \end{vmatrix} = a^2 - a + 1 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow \det(aI_2 + A) \neq 0$$