

**Soluție**

**1.a)**  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = 0$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = 1 \Rightarrow f$  nu este continuă în  $x = 1$  .

**b)**  $f'(x) = 6x^2 - 30x + 24$  .

**c)**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{2x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = 2a \cdot 2\sqrt{a} = 4a\sqrt{a}$  ;  $4a\sqrt{a} = 32 \Leftrightarrow a\sqrt{a} = 8 \Leftrightarrow a^3 = 64 \Leftrightarrow a = 4$  .

**2.a)**  $\int_1^2 f_0(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2$  .

**b)**  $f_n(x) > 0$  oricare ar fi  $x \in [1, 2] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_{f_n}) = \int_1^2 f_n(x) dx = \left[ \ln x + \ln(x+1) + \dots + \ln(x+n) \right] \Big|_1^2$

$= \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \dots + \ln(n+2) - \ln 1 - \ln 2 - \dots - \ln(1+n) = \ln(n+2)$  .

**c)**  $F'(x) = f_1(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$  ;  $G'(x) = F'(x) - \frac{5}{6} = \frac{-5x^2 + 7x + 6}{6x(x+1)}$  ;

Din tabelul de semne  $\Rightarrow G'(x) \geq 0$  oricare ar fi  $x \in [1, 2] \Rightarrow G$  crescătoare.