

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

a) Avem  $\int_2^4 f^2(x) dx = \int_2^4 \left(x + \frac{1}{x} + 2\right) dx = 10 + \ln 2.$

b) Avem  $\int_1^2 f(x) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = \int_1^2 \left(x - \frac{1}{x}\right) dx = \frac{3}{2} - \ln 2.$

c) Conform inegalității mediilor avem:  $\frac{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}}{2} \geq \sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}$ , adică  $f(x) \geq 2$ , pentru orice  $x > 0$ .

d) Avem  $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) \cdot \sqrt{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 (x+1) dx = \frac{7}{8}.$

e) Cum  $\int_1^n f'(x) dx = f(n) - f(1)$ , și funcția este strict crescătoare rezultă inegalitatea.

f) Integrând inegalitatea de la punctul c) obținem  $\int_1^{2008} f(x) dx \geq 2 \cdot 2007.$