Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Avem că $|3x-1| \le 2 \Leftrightarrow -2 \le 3x-1 \le 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \le x \le 1$ şi $|2y-3| \le 2 \Leftrightarrow -2 \le 2y-3 \le 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le y \le \frac{5}{2}$. Deci, valoarea maximă a expresiei $A = 3x+2y$ este $A_{\max} = 3\cdot 1 + 2\cdot\frac{5}{2} = 8$.

b) $\log_3\frac{1}{2} + \log_3\frac{2}{3} + \log_3\frac{3}{4} + ... + \log_3\frac{242}{243} = \log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot ... \cdot\frac{242}{243}\right) = \log_3\frac{1}{243} = -5 \in \mathbb{Z}$.

2. Din faptul că rația este supraunitară rezultă că progresia aritmetică este strict crescătoare şi se deduce uşor că rația progresiei, pe care o notăm cu *r*, este număr natural (rația este egală cu diferența a două numere naturale şi nu poate fi negativă; altfel, dacă rația ar fi negativă, atunci progresia ar conține termeni negativi). Prin urmare, avem că $14 = a_1 + nr$ şi $a_1 + mr = 19$, de unde rezultă că $(m-n)r = 5$, deci $r = 5$. Ecuația $14 = a_1 + 5n$ are trei soluții $\begin{cases} a_1 = 14 \\ n = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} a_1 = 9 \\ n = 1 \end{cases}$ şi $\begin{cases} a_1 = 4 \\ n = 2 \end{cases}$, de unde obținem că avem trei progresii aritmetice $(a_n)_{n\ge 1}$ de numere naturale, cu rația supraunitară, care au printre termenii săi numerele 14 şi 19, şi anume, progresia aritmetică 14,19,24,29,34, …… , progresia aritmetică 9,14,19,24, ……… . şi progresia aritmetică 4,9,14,19,24,29,34,………. .

3. Avem că $C_{n+4}^4 > C_{n+2}^3 \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)}{24} > \frac{(n+2)(n+1)n}{6} \Leftrightarrow (n+3)(n+4) > 4n \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow n^2 + 7n + 12 > 4n \Leftrightarrow n^2 + 3n + 12 > 0 \Leftrightarrow n \in \mathbb{N}$. Având în vedere condițiile de existență ale numerelor C_{n+4}^4 şi C_{n+2}^3 obținem că mulțimea soluțiilor inecuației este $\mathbb{N}^*$.

4 a) Prin calcul obținem că avem un singur punct care aparține reprezentării graficului funcției f într-un sistem de coordonate xOy şi cadranului II şi anume, punctul de coordonate $(-2,3)$.

b) Se trasează graficul funcției *f*.