

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

a) $a=1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A - 3I_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A(A - 3I_2) = O_2$

b) $\det(A) = a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$

c) $x = -1, y = 2 \Rightarrow -2a + 2a^2 + 2 = 2 \Rightarrow a \in \{0, 1\}$

d) $\det(A) \neq 0 \Rightarrow a \neq 1$

e) $x + y = 1, x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow (x, y) \in \{(1, 0), (0, 1)\} \Rightarrow a \in \{-1, 1\}$

f) Pentru $a \neq 1 \Rightarrow (x, y) = \left(\frac{a+1}{a-1}, -\frac{2}{a-1} \right)$