Soluție.

1. a) Avem că $a=2,\ b=\sqrt{3}$, de unde rezultă că cel mai mare element al mulțimii A este 2.

b) $\left|x-\sqrt{11}\right|<2 \Leftrightarrow -2<x-\sqrt{11}<2 \Leftrightarrow \sqrt{11}-2<x<\sqrt{11}+2$. Deci, $B=\{2,3,\ 4,\ 5\}$.

2. Presupunem prin absurd că $\sqrt{3},\ \sqrt{7},\ \sqrt{11}$ pot fi termeni ai aceleiaşi progresii aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$ cu rația r (evident $r\neq 0$, altfel şirul $(a_n)_{n\ge1}$ ar fi constant), deci există numerele naturale m,n,p, $m\neq n\neq p\neq m$ astfel încât $\sqrt{3}=a_1+rn$, $\sqrt{7}=a_1+rm$, $\sqrt{11}=a_1+rp$. Rezultă că $\sqrt{11}-\sqrt{7}=r(p-m)$ şi $\sqrt{11}-\sqrt{3}=r(p-n)$, deci $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}=\dfrac{p-n}{p-m}\in\mathbb{Q}$, apoi $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}=\dfrac{11+\sqrt{21}-\sqrt{33}-\sqrt{77}}{4}\in\mathbb{Q}$, de unde obținem $\sqrt{21}-\sqrt{33}-\sqrt{77}\in\mathbb{Q}$, adică $\sqrt{21}-\sqrt{33}-\sqrt{77}=q,\ q\in\mathbb{Q}\Leftrightarrow\sqrt{21}-q=\sqrt{33}+\sqrt{77},\ q\in\mathbb{Q}$.

Ridicând la pătrat obținem $\sqrt{21}=\dfrac{q^2-89}{2q+22}\in\mathbb{Q}$, ceea ce reprezintă o contradicție.

3. Avem condițiile $0\le n^2+2n-4\le 3n+4$, de unde obținem $n\in\{2,3\}$. Verificând obținem $n=2$.

4. a) Pentru a determina intersecția reprezentării graficului funcției f cu axa Ox trebuie să rezolvăm ecuația $f(x)=0\Leftrightarrow x\in\left\{0,\sqrt{3},-\sqrt{3}\right\}$, iar pentru a determina intersecția reprezentării graficului funcției f cu axa Oy calculăm $f(0)=0$. Obținem $G_f\cap Ox=\left\{\left(-\sqrt{3},0\right),(0,0),\left(\sqrt{3},0\right)\right\}$ şi $G_f\cap Oy=\{(0,0)\}$. Răspuns 3 puncte.

b) Pentru orice $\sqrt{\dfrac{3}{2}}\le x<y$ avem $x^2+y^2>3$ şi $f(y)-f(x)=\left(y^2-x^2\right)\cdot\left(x^2+y^2-3\right)>0$, deci funcția este strict crescătoare pe $\left[\sqrt{\dfrac{3}{2}},+\infty\right)$.