Soluție

1.a) $M_{a,b}\cdot M_{c,d}=\begin{pmatrix}1&a&b\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&c&d\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&a+c&b+d\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=M_{a+c,b+d}$

1.b) $M_{0,0}=I_3$ este elementul neutru .Pentru orice matrice $M_{a,b}\in G$, există matricea $M_{-a,-b}\in G$ a.î.
$M_{a,b}\cdot M_{-a,-b}=M_{0,0}=M_{-a,-b}\cdot M_{a,b}$. . $M_{c,d}\cdot M_{a,b}=M_{c+a,d+b}=M_{a+c,b+d}=M_{a,b}\cdot M_{c,d}$.

1.c) $M_{a,b}-M_{a,b}^{t}=M=\begin{pmatrix}0&a&b\\-a&0&0\\-b&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow\det(M)=0$;

Dacă $a=0,b\in\mathbb{R}^*\Rightarrow rang(M)=1$; Dacă $a=0,b=0\Rightarrow rang(M)=0$.

Dacă $a\in\mathbb{R}^*\Rightarrow rang(M)=2$.

2a) $ord(e)=1$, $ord(a)=ord(b)=ord(c)=2$ .Deci $x=e$ este unica soluție.

2.b) $\forall x\in K, x^2=e\Rightarrow K$ este comutativ
Dacă $ab=a\Rightarrow b=e$,fals.
Dacă $ab=b\Rightarrow a=e$,fals.
Dacă $ab=e\Rightarrow b=a^{-1}=a$,fals.Deci $ab=c$

2.c) Nu sunt izomorfe deoarece K nu este ciclic și $\mathbb{Z}_4$ este ciclic fiind generat de $\hat{1}$.