

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

a)  $f(1) + f(e) = -1 + 1 - \sqrt{e} = -\sqrt{e} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}.$

b)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty, x = 0$  asimptotă verticală.

c)  $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2 - \sqrt{x}}{2x}.$

d)  $y - f(e^2) = f'(e^2)(x - e^2)$

$y = \frac{2-e}{2e^2}x + \frac{2-e}{2}$  ecuația tangentei.

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \left( \frac{\ln x}{\sqrt{x}} - 1 \right) = -\infty$

f) Tabelul de variație al funcției este:

$x$	0	4	$\infty$
$f'(x)$	+ + + + + 0 - - - - -		
$f(x)$	$-\infty \nearrow \nearrow \nearrow 2\ln \frac{2}{e} \searrow \searrow \searrow -\infty$		

Din monotonie rezultă valoarea maximă a funcției este  $2\ln \frac{2}{e}.$