Rezolvare

1.a. Calculând avem $D(1,1,0)=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}=1-1=0.$.

b. Avem $D(a,a,x)=\begin{vmatrix}1 & x & a^2\\ 1 & a & ax\\ 1 & a & ax\end{vmatrix}=0$ linia 2 egală cu linia 3 .

c. Aplicând proprietațile determinanților,scăzând linia întâi din liniile doi și trei obținem

$\begin{vmatrix}1 & x & ab\\ 1 & a & bx\\ 1 & b & ax\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix}1 & x & ab\\ 0 & a-x & b(x-a)\\ 0 & b-x & a(x-b)\end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow (a-x)(b-x)\begin{vmatrix}1 & -b\\ 1 & -a\end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow (a-x)(b-x)(b-a)=0 \Leftrightarrow x_1=a, x_2=b$ pentru $a \neq b$.

2.a Ecuația $f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2=0 \Leftrightarrow x^3-x^2=0 \Leftrightarrow x_1=x_2=0$ și $x_3=1$ de unde rezultă $A=\{0,1\}$.

b. $x^3-3x+a=0, se$ formeaza sistemul:$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0\\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-3\\ x_1x_2x_3=a\\ x_1=x_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3=-2x_1\\ -3x_1^2=-3\\ -2x^3_1=a\end{cases}$

cu soluțiile: $x_1=1, x_2=1, x_3=-2$ și a = -2 sau $x_1=-1, x_2=-1, x_3=2$ și a = 2.

c. Inecuația $e^{f(x)}=g\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \Leftrightarrow e^{f(x)}=1 \Leftrightarrow e^{f(x)}=1 \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0 \Leftrightarrow x=-2$ și $x=1$.

.