

Soluție:

$$1. \quad a < 0 \text{ și } \begin{cases} a + b = 1 \\ a(2a + b) + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - a \\ a^2 = 1, a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$$2. \quad \text{a) Din } V \in Oy \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 3m - 4}{2m} = 0 \Rightarrow m \in \{-1, 4\} \Rightarrow f(x) = -x^2 + 3 \text{ sau } f(x) = 4x^2 + 3.$$

$$\text{Deoarece } G_f \cap Ox = \emptyset \Rightarrow m = 4.$$

$$\text{b) } x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 5 - 2 \cdot 3 = -1.$$

$$3. \quad f(x) = 2x^2 + 18 \quad \square \text{ i } -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow f \text{ strict descrescătoare pe } (-\infty, 0] \quad \square \text{ i strict crescătoare pe } [0, \infty).$$

$$4. \quad \text{a) } \lg \left(\log_{\frac{1}{2}} (x^2 + 1) \right) = 2 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + 1) = 100 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 10 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm 3.$$

$$\text{b) } 2^{x-1} = t > 0 \Rightarrow 4t^2 + 3t - 1 = 0 \Rightarrow t_1 = -1 < 0, \text{ nu convine, } t_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{x-1} = 2^{-2} \Rightarrow x = -1.$$