

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $g(x+1) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

Prin calcul direct se obține $f(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

b) Înlocuind funcția $g(x)$ avem $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - x + 1} = 1$.

c) $g'(x) = \frac{-2x+1}{(x^2 - x + 1)^2}$.

d) Tabelul de variație este:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	∞
$g'(x)$	+++++	0	-----
$g(x)$	0 ↗ ↗ ↗ $\frac{4}{3}$ ↘ ↘ ↘ 0		

De aici $A = \left(0, \frac{4}{3}\right]$.

e) $f'(x) = \left(\frac{1}{x^2 - x + 1}\right)' - \left(\frac{1}{x^2 + x + 1}\right)' = \frac{-2x+1}{(x^2 - x + 1)^2} + \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)^2}$.

f) $f'(x) = g'(x) - g'(x+1)$, înlocuind în sumă se obține $g'(1) - g'(2009)$.