

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

- a) Asociativitatea rezultă din $(x * y) * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3} = x * (y * z)$.
- b) Folosind definiția elementului neutru se obține $e = 0$.
- c) Se ține cont de punctele precedente, de faptul că legea este peste tot definită și că orice element $x \in \mathbb{R}$ admite simetricul $x' = -x \in \mathbb{R}$.
- d) Distributivitatea se obține din relațiile: $x \cdot (y * z) = x \cdot \sqrt[3]{y^3 + z^3} = \sqrt[3]{x^3 y^3 + x^3 z^3} = (x \cdot y) * (x \cdot z)$.
- e) Se cunoaște că (\mathbb{R}^*, \cdot) este grup și ținând cont de punctele precedente rezultă că $(\mathbb{R}, *, \circ)$ este corp.
- f) Avem sistemul $\begin{cases} x * y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ cu mulțimea soluțiilor $\{(1;0), (0;1)\}$.