**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

**1.a)** Functia f este continua pe $[0,\infty)$,deci nu va avea asimptote verticale Cum $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2,$ dreapta $y=2$ este asimptota orizontala spre $\infty$.

**b)** Deoarece $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0 \Rightarrow f$ strict crescatoare; $x_1=\dfrac{5}{4}<2$ si presupunand $x_k>x_{k+1}$ avem ca $x_{k+1}>x_{k+2} \Leftrightarrow f(x_k)>f(x_{k+1}) \Leftrightarrow x_k>x_{k+1}$ => adevarat deci sirul e descresc.

Arata ca $x_n \ge 0, n\ge 1$,deci sirul e convergent si folosind recurenta rezulta concluzia.

c) $y_{n+1}-y_n=x_{n+1}-1$. Sirul $(x_n)$ e descrescaror si are limita egala cu 1,deci $x_n\ge 1$

Obtine ca sirul $(y_n)$ este crescator

$$|x_n-1|=|f(x_{n-1})-1|=\frac{|x_{n-1}-1|}{x_{n-1}+2}\le\frac{|x_{n-1}-1|}{2}$$

Rezulta ca $|x_n-1|\le\dfrac{x_0-1}{2^n}=\dfrac{1}{2^n}$

Atunci $y_n\le x_0+\sum\limits_{k=1}^{n}|x_k-1|\le 2+\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{2^k}<3$,deci sirul e si marginit superior.

2.a) Avem ca $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)dx=(x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{\pi}{2}+1.$

b) $F(x)=x\int_0^x(1+\cos t)dt=x^2+x\sin x$ ,de unde rezulta ca F este o functie para.

c) Daca $0\le x_1<x_2 \Rightarrow \int_0^{x_1} f(t)dt \le \int_0^{x_2} f(t)dt$ caci $f$ e pozitiva,deci $F$ e cresc. pe $[0,\infty)$. Cum F este o functie para ,rezulta ca f este descrescatoare pe $(-\infty,0]$.