Rezolvare

1. a) $f'(x)=e^x+x\cdot e^x=(x+1)\cdot e^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

b) $f''(x)=(x+2)\cdot e^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ şi din semnul derivatei a doua se obține că f este concavă pe $(-\infty,-2]$ şi convexă pe $[-2,+\infty)$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{e^{-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\frac{1}{e^{-x}}\right)=0$ deci $y=0$ este asimptotă orizontală la $-\infty$.

2. a) $\int\left(\frac{1}{x}-3\sqrt{x}\right)dx=\ln x-2x\sqrt{x}+C$.

b) $\int_0^1 f_2(x)dx=\int_0^1\left(x+\frac{2}{x+1}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+2\ln(x+1)\right)\Big|_0^1=\frac{1}{2}+2\ln 2$.

c) Din $\frac{x+2}{x+1}\le\frac{x^{2008}+x+2}{x+1}\le\frac{2x+2}{x+1}$ pentru orice $x\in[0,1]$ se obține $\int_0^1\frac{x+2}{x+1}dx\le\int_0^1 f_{2008}(x)dx\le\int_0^1 2dx$, adică $A\left(\Gamma_{f_{2008}}\right)\in[1+\ln 2;2]$.