

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

a)  $\log_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2}$  deci  $x \circ y = x + y - \frac{1}{2}, \forall x, y \in \mathbb{R}$

$$\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \circ \left(y^2 + \frac{1}{4}\right) = x^2 + y^2 \geq 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

b)  $(x \circ y) \circ z = \left(x + y - \frac{1}{2}\right) \circ z = x + y + z - 1 = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$

c)  $\exists e \in \mathbb{R}$  astfel ca 
$$\left. \begin{array}{l} x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \\ x \circ e = x + e - \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow e = \frac{1}{2}$$

d) Din b) și c)  $\Rightarrow$  "o" asociativă și admite element neutru pe  $\mathbb{R}$

$$x \circ y = x + y - \frac{1}{2} = y + x - \frac{1}{2} = y \circ x, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists x' = 1 - x \in \mathbb{R} \text{ astfel ca } x \circ x' = x' \circ x = \frac{1}{2}$$

e)  $\log_2 (x \circ x^2) = -2 \Rightarrow x \circ x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x + x^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x \in \left\{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

f)  $\left(2^n + \frac{1}{4}\right) \circ \left(2^{n+1} + \frac{1}{4}\right) = 2^n + 2^{n+1} \Rightarrow 2^n + 2^{n+1} = 6 \Rightarrow 2^n = 2 \Rightarrow n = 1$