

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție:**

1. a) Se arată că  $\text{rang}(A) = 2$ .

b) Calcul direct, sau, deoarece  $\text{rang}(A^t \cdot A) \leq \text{rang}(A) = 2$ , rezultă că  $\det(A^t \cdot A) = 0$ .

c)  $A \cdot A^t = 9 \cdot I_2$ , deci  $\det(A \cdot A^t) = 81$ .

2. a) Calcul direct.

b) Se arată că elementul neutru este  $e = -1$ .

Dacă  $x \in \mathbb{Z}$ , evident  $5x + 6 \neq 0$ .

$x$  este simetrizabil  $\Leftrightarrow \exists x' \in \mathbb{Z}$ ,  $xx' = x'x = -1 \Leftrightarrow x' = -\frac{6x+7}{5x+6} \in \mathbb{Z}$ , deci  $5x' = -6 + \frac{1}{5x+6} \in \mathbb{Z}$ ,

așadar  $5x + 6 \in \{-1, 1\}$ . Se obține că unicul element simetrizabil în raport cu legea “\*” este elementul neutru  $e = -1$ .

c) Din ecuație rezultă că  $x$  este inversabil și din b) rezultă  $x = -1$ , care verifică relația.