Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) f este derivabila pe $[0,\infty)$, $f'(x)=2e^x+6x-2$

$f'(x)\geq 0, x\geq 0$,cu egalitate daca $x=0$,de unde se obtine concluzia.

b) $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f$ nu este surjectiva.

c) $\frac{5}{6}$

2.a) $I=\int_0^1\frac{1}{1+t^2}dt=arctgt\Big|_0^1=\frac{\pi}{4}$.

b) Cu substitutia $\frac{1}{t}=y\Rightarrow J=\int_{\frac{1}{x}}^1 f(t)dt=\int_x^1 f\left(\frac{1}{y}\right)\cdot\left(\frac{-1}{y^2}\right)dy=\int_1^x\frac{1}{t^2}\cdot f\left(\frac{1}{t}\right)dt$

$\Rightarrow J=\int_1^x\frac{t^3}{\left(t^2+1\right)\left(t^3+1\right)}dt=\int_1^x t^3\cdot f(t)dt$.

c) $A=\int_{\frac{1}{x}}^x f(t)dt=\int_{\frac{1}{x}}^1 f(t)dt+\int_1^x f(t)dt=\int_1^x t^3\cdot f(t)dt+\int_1^x f(t)dt=\int_1^x\left(t^3+1\right)\cdot f(t)dt$

$A=\int_1^x\frac{1}{1+t^2}dt=arctgx-arctg1$,deci limita ceruta este $\frac{\pi}{4}$.