

Soluții

1. a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

b) $AB = \begin{pmatrix} 1 & a_1 + a_2 & c_1 + c_2 + a_1 b_2 \\ 0 & 1 & b_1 + b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; AB \in M$, deoarece are elementele din \mathbb{Z} și forma matricelor din M .

c) $X = \begin{pmatrix} 1 & m & p \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; AX = \begin{pmatrix} 1 & a+m & c+p+an \\ 0 & 1 & b+n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, XA = \begin{pmatrix} 1 & a+m & c+p+bm \\ 0 & 1 & b+n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$
 $AX = XA \Leftrightarrow an = bm, \forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0, n = 0, p \in \mathbb{Z}.$

2. a) $f = (X^2 - 2X + 1)^2 = (X - 1)^4; x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1.$

b) Se fac înmulțirile sau se descompune cu formula diferenței de pătrate.

c) $\Delta_1 = -4a, \Delta_2 = 4a; \Delta_1 \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 0, \Delta_2 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0.$ Deci $a = 0.$