Soluții

Fie O punctul de intersecție al diagonalelor paralelogramului $ABCD$.

1.a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}\right)$

1.b) $\vec{v}=-2\vec{u}\Leftrightarrow x\vec{i}+y\vec{j}=-4\vec{i}+6\vec{j}\Rightarrow(x;y)=(-4;6)\Rightarrow x=-4, y=6$

2.a) $BC^2=AB^2+AC^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A=25+36+60\cdot\frac{1}{2}=91\Rightarrow BC=\sqrt{91}.$

Fie $AD\perp BC, D\in[BC]$.

2.b) $\sin C=\frac{AD}{AC}$ în triunghiul dreptunghic ADC.

$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AD}{12}\Rightarrow AD=6\sqrt{3}\Rightarrow\sigma[ABC]=\frac{AD\cdot BC}{2}=\frac{6\sqrt{3}\cdot 9}{2}=27\sqrt{3}.$

3.a) $M(-2;-2)$, M mijlocul segmentului $[AB]$.

$m_{AB}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}.$

$AM:\frac{y+2}{x+2}=-\frac{1}{m_{AB}}=-4\Rightarrow AM: 4x+y+10=0$

3.b) Fie P mijlocul segmentului $[AC]$, $P(3;6)$.

P este şi mijlocul segmentului $[BD]$(punctul de intersecție al diagonalelor paralelogramului).

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x_B+x_D}{2}=3\Rightarrow x_D=6-x_B=4\\ \frac{y_B+y_D}{2}=6\Rightarrow y_D=12-y_B=9\end{array}\right\}\Rightarrow D(4;9).$$