Soluție

1. $1+i+i^2+i^3+\ldots+i^6=1+i-1-i+1+i-1=i$.

2. f este funcție de gradul 2 cu $\Delta=1$. Valoarea maximă a funcției *f* este $-\dfrac{\Delta}{4a}=\dfrac{1}{8}$.

3. Notând $\lg x=y$ obținem ecuația $y^2+5y-6=0$ cu soluțiile -6 şi 1.

$\lg x=-6 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{10^6}$, iar $\lg x=1 \Leftrightarrow x=10$.

4. O funcție $f:\{0,1,2,3\}\to\{0,1,2,3\}$ cu proprietatea $f(0)=f(1)=2$ este unic determinată de un tabel de tipul

x	0	1	2	3
$f(x)$	2	2	a	b

unde $a,b\in\{0,1,2,3\}$.

Vor fi $4^2=16$ funcții cu proprietatea cerută.

5. Fie θ măsura în radiani a unghiului $\sphericalangle AOB \Rightarrow \cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left\|\overrightarrow{OA}\right\|\cdot\left\|\overrightarrow{OB}\right\|}$.

Cum $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+\vec{j}$, rezultă că $\left\|\overrightarrow{OA}\right\|=\sqrt{5}$, $\left\|\overrightarrow{OB}\right\|=\sqrt{10}$ şi $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=5$.

$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta=\dfrac{\pi}{4}$.

6. Avem $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\dfrac{1}{9} \Rightarrow \sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\alpha=-\dfrac{8}{9}$.