

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. a) Mulțimea A are 2008 elemente, iar dacă fracția $\frac{a}{b}$ este ireductibilă, atunci fracția $\frac{b}{a}$ este ireductibilă și reciproc, dacă fracția $\frac{b}{a}$ este ireductibilă, atunci fracția $\frac{a}{b}$ este ireductibilă. Prin urmare, numărul fracțiilor ireductibile din mulțimea A este par.

b) Avem de calculat $\log_2 \frac{1}{2008} + \log_2 \frac{2}{2007} + \log_2 \frac{3}{2006} + \dots + \log_2 \frac{2006}{3} + \log_2 \frac{2007}{2} + \log_2 \frac{2008}{1} =$
 $= \log_2 \left(\frac{1}{2008} \cdot \frac{2}{2007} \cdot \frac{3}{2006} \cdot \dots \cdot \frac{1004}{1005} \cdot \frac{1005}{1004} \cdot \dots \cdot \frac{2007}{2} \cdot \frac{2008}{1} \right) = \log_2 1 = 0$

2. Dacă r este rația progresiei avem că $a_1 + 4r = 17$ și $a_1 + 9r = 37$, de unde obținem $a_1 = 1$ și $r = 4$. În final, $S_{12} = a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = \frac{(2a_1 + 11r) \cdot 12}{2} = 276$.

3. Prețul obiectului, fără TVA, din magazinul comerciantului este $150 \cdot \frac{100 + 20}{100} = 180$ lei și prețul cu TVA este $180 \cdot \frac{100 + 19}{100} = 214,2$ lei.

4. a) Avem că $f(1) = 0$, $f(2) = 5$, $f(3) = -26$, $f(4) = 257$, deci
 $G_f \cap \{(1,0), (2,5), (3,-26), (4,-255)\} = G_f \cap \{(1,0), (2,5)\}$.

b) Pentru orice număr natural n nenul avem că $f(2n) = (2n)^{2n} + 1$ și $f(2n+2) = (2n+2)^{2n+2} + 1$.

Deoarece, $(2n)^{2n} < (2n+2)^{2n} < (2n+2)^{2n+2}$, rezultă că $0 < f(2n) < f(2n+2)$ pentru orice număr natural n nenul. Am obținut șirul crescător de numere naturale $f(2) < f(4) < f(6) < \dots < f(2n) < f(2n+2) < \dots$, de unde rezultă că funcția f este nemărginită.