

**Soluție**

1. a)  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BM} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AN}$ .

1. b)  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NA} \Rightarrow \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \vec{0} \Rightarrow M, N$  și  $P$  sunt coliniare

2. a) Din teorema cosinului în triunghiul  $ABC$  avem:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B \Rightarrow$

$$AC^2 = 36 + 36 + 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18(4 + 2\sqrt{3}) \Rightarrow AC = \sqrt{18(4 + 2\sqrt{3})} = 3(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

2. b) În triunghiul  $ABD$  avem  $m(\sphericalangle BAD) = 75^\circ - \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 60^\circ$  și  $m(\sphericalangle ABD) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \Rightarrow$

$$m(\sphericalangle ADB) = 90^\circ \Rightarrow AD = \frac{AB}{2} = 3$$

3. a)  $m_{OA} = \frac{y_A}{x_A} = \frac{1}{2}$ ,  $m_{OC} = \frac{y_C}{x_C} = -2 \Rightarrow m_{OA} \cdot m_{OC} = -1 \Rightarrow OA \perp OC$

3. b)  $\overrightarrow{OA} = (x_A, y_B) = (4, 2)$ ,  $\overrightarrow{CB} = (x_B - x_C, y_B - y_C) = (4, 2) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow OABC$  paralelogram.

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = 2\sqrt{5} \text{ și } OC = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow OA = OC.$$

$OABC$  paralelogram,  $OA \perp OC$  și  $OA = OC \Rightarrow OABC$  este pătrat.