Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se obține $x_0 = 8 + f(1) = 6$. Se pune condiția $6 < x^2 - 3$. Se obține $x^2 > 9$ cu soluția $x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$.

b) Se obține $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} (x^2 - 3x + \ln x) = 0 - \infty = -\infty$

c) Caz de nedeterminare $\frac{0}{0}$. rezultă că $\lim\limits_{x\to 3} \frac{f(x) - \ln x}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2 - 3x}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{x(x-3)}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} x = 3$

d) Se obține că $g(x) = \frac{x^2 - 3x}{x-2}$. Rezultă $m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2 - 3x}{x(x-2)} = 1$, $g(x) - x = \frac{x^2 - 3x}{x-2} - x = \frac{-x}{x-2}$ și

$n = \lim\limits_{x\to\infty} [g(x) - x] = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-x}{x-2} = -1$. Dreapta $y = x - 1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$.

e) Funcția este derivabilă și $f'(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$.

f) Ecuația $f'(x) = 0$ se scrie sub forma $2x^2 - 3x + 1 = 0$ și are soluțiile $x \in \{\frac{1}{2}, 1\}$. Tabelul de monotonie este:

x	0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+ + + + + + + +	0	− − − − −	0	+ + + + + + ++	
$f(x)$		↗ ↗ ↗ ↗	M	↘ ↘ ↘ ↘	m	↗ ↗ ↗ ↗	

Punctul $x = \frac{1}{2}$ este punct de maxim local, iar punctul $x = 1$ este punct de minim local.