Soluție

1.a) Fie O punctul de intersecție al diagonalelor, $\overrightarrow{AE}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}}{2}, \overrightarrow{CE}=\dfrac{\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CO}}{2}$

$\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\dfrac{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}}{2}=\dfrac{\overrightarrow{BD}}{2}$ **;** $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BE}=\dfrac{\overrightarrow{BD}}{2}$ **.**

Adunând cele două relații obținem : $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}$ **,**

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{\overrightarrow{ED}}{3}$ (1)

$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{AB}$ (2)

Adunând relațiile (1) și (2) obținem $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}+\dfrac{4\overrightarrow{ED}}{3}=\dfrac{6\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AD}}{3}$

2.a) $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^0$, $\hat{B}+\hat{C}=90^0$

Din rezolvarea sistemului $\begin{cases}\hat{B}+\hat{C}=90^0\\ \hat{B}-\hat{C}=30^0\end{cases}$, rezultă $\hat{B}=60^0$

b) $BC=\dfrac{AC}{\sin(B)}=6$. Conform teoremei lui Pitagora în triunghiul *ABC*, *AB*=3

Perimetrul triunghiului *ABC* este $9+3\sqrt{3}$.

3.a) $AB=\sqrt{(y_B-y_A)^2+(x_B-x_A)^2}$ = $2\sqrt{2}$

b) *ABCD* trapez, $AB \parallel CD$, $m_{AB}=m_{CD}$, dar $m_{AB}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-1$, $m_{CD}=\dfrac{y_C-y_D}{x_C-x_D}=1-m$

Din $1-m=-1$, rezultă m = 2.