

**Soluție**

**1.a)** Folosind relația medianei avem:  $\overrightarrow{ME} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}}{2}$ ,  $\overrightarrow{MD} = \frac{\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}}{2}$ ,  $\overrightarrow{MF} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}}{2}$ .

Adunând cele trei relații obținem:  $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

**b)**  $m - n = 2$

$$2n = m + 3$$

Rezolvând sistemul  $\begin{cases} m - n = 2 \\ 2n - m = 3 \end{cases}$  se obține  $m = 7, n = 5$ .

**2.a)** Fie  $O$  mijlocul lui  $BC$ .  $AO = \frac{3}{2} AG = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12$  iar  $BC = 2 \cdot AO = 24$

$$AC = BC \cdot \sin(\hat{B}) = 12$$

**b)** Din teorema sinusurilor obținem  $AB = \frac{AC \cdot \sin(\hat{C})}{\sin(\hat{B})}$

**3.a)**  $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 1, m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -1$

$$m_{AC} \cdot m_{AB} = -1, \text{ rezultă că } AB \perp AC.$$

**b)** Folosind formula lungimii dintre două puncte obținem  $AB = \sqrt{2}; AC = 2\sqrt{2}$ .

Atunci triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $A$ , deci aria triunghiului  $ABC$  este 2