Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SOLUȚIE:

a) $g_1(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ **;** $g_1(-x) = -x^3 = -g_1(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g_1$ este funcție impară

b) $g(-x) + g(x) = -2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g(-2) + g(-1) + g(0) + g(1) + g(2) = -5$

c) t este perpendiculară pe prima bisectoare $\Rightarrow$ are panta -1. Fie $(x_0, f(x_0))$ punctul de tangență. $f'(x_0) = -1 \Rightarrow 2x_0 + 1 = -1 \Leftrightarrow x_0 = -1$ iar $f(-1) = 1 \Rightarrow t : y - 1 = -(x+1) \Leftrightarrow t : y = -x$.

d) f admite un minim in $x = -\frac{1}{2}$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ și f este strict descrescătoare pe $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ și strict crescătoare pe $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right) \Rightarrow f(x) \geq f\left(-\frac{1}{2}\right), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \geq \frac{3}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$

e) $h'(x) = f(x)$ și $f(x) \geq \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow h'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow h$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

f) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2 f'(x)}{f(x)} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2(2x+1)}{x^2 + x + 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^3 \cdot \left(2 + \frac{1}{x}\right)}{x^2\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = -\infty$