

Soluție:

1. $(x, y) \in \{(2, 1)\}.$

2. a) Dreapta de ecuație $x = a$ este axa de simetrie pentru $G_f \Rightarrow a = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow a = \frac{a-3}{2} \Leftrightarrow a = -3.$

b) Se obține ecuația $x^2 + 6x + 1 = 0$, cu $\Delta > 0$. Din $x_1 x_2 = 1 > 0$ și $x_1 + x_2 = -6 < 0 \Rightarrow x_1 < 0, x_2 < 0.$

3. Imaginea geometrică sau: $x_1 = 1, x_2 = 4; f(0) = 3 > f(1) = 0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare pe

$$\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right] \Rightarrow f(4) = 0; f(x) > 0, \forall x \in (4, \infty).$$

4. a) Condiție de existență: $x \geq 5.$

$$\sqrt{x-5} + \sqrt{x+8} = \sqrt{2x+3} \Rightarrow \sqrt{(x-5)(x+8)} = 0 \Rightarrow x \in \{-8, 5\} \cap [5, \infty) = \{5\}.$$

b) $25^x - 2 \cdot 5^x + 2 = (5^x)^2 - 2 \cdot 5^x + 2 = (5^x - 1)^2 + 1 > 0;$

$$\lg 5^x = \lg(25^x - 2 \cdot 5^x + 2) \xrightarrow{5^x = t > 0} t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow 5^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \{0, \log_5 2\}.$$