

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a+1=1 \end{cases} \Rightarrow a=0.$

b) $X(1) - X(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1+3a \\ 2a+3a+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+3a=10 \\ 5a+3=18 \end{cases} \Rightarrow a=3.$

d) $\det(X(a)) = a+1-2a^2 \Rightarrow -2a^2 + a + 1 \geq 0 \Rightarrow a \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right].$

e) $X(a)X(b) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 2b & b+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2ab & b+ab+a \\ 2a+2ab+2b & 3ab+a+b+1 \end{pmatrix},$

$X(b)X(a) = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 2b & b+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2ab & a+ab+b \\ 2b+2ab+2a & 3ab+a+b+1 \end{pmatrix} \Rightarrow X(a) \cdot X(b) = X(b) \cdot X(a).$

f) $[X(a)]^2 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2a & a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2a^2 & 2a+a^2 \\ 4a+2a^2 & 3a^2+2a+1 \end{pmatrix}, a \text{ soluție a ecuației}$

$x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 5 = 0 \Rightarrow a^2 = -2a + 5 \Rightarrow$

$[X(a)]^2 = \begin{pmatrix} 1+2(-2a+5) & 2a+(-2a+5) \\ 4a+2(-2a+5) & 3(-2a+5)+2a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4a+11 & 5 \\ 5 & -4a+16 \end{pmatrix}.$