Soluție:

a) $\int_0^1 f(x)dx = \left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^1$, deci $\int_0^1 f(x)dx = \frac{11}{6}$

b) O primitivă este de forma $G(x)=4x-\frac{x^2}{2}+\mathcal{C}$ şi $G(1)=4-\frac{1}{2}+\mathcal{C}\in\mathbb{Z}$, deci putem lua , de exemplu , $\mathcal{C}=\frac{1}{2}$

c) $\int_0^m f(x)dx = \left(\frac{m^3}{3}+\frac{m^2}{2}+m\right)$,de unde $\int_0^m f(x)dx > \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1=\frac{11}{6}, \forall m>1$

d) $x^2+x+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$,de unde $F^{/}(x)=f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$, deci F este strict crescătoare și astfel $\sqrt{3}<\sqrt{5}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow F\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)>F\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

e) $x^2+x+1=4-x\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow x\in\{-3,1\}$,aşadar $\mathcal{A}=\int_{-3}^1\left(3-2x-x^2\right)dx$,adică $\mathcal{A}=\int_{-3}^1\left(3-2x-x^2\right)dx=\frac{32}{3}$

f) Folosind metoda integrării prin părți avem $\int_0^1\left[x\cdot h^{/}(x)\right]dx = x\cdot h(x)\Big|_0^1-\int_0^1 h(x)dx$. Ipoteza conduce la $h(1)=2$. E suficient să alegem o funcție cu proprietatea anterioară,de exemplu $h(x)=x+1$