

Soluție

1.a) Folosind regula triunghiului $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$. Rezultă $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$.

b) $\vec{a} = m\vec{u} + n\vec{v}$, unde m și n sunt parametri reali

$$16\vec{i} + 7\vec{j} = \vec{i}(2m + 5n) + \vec{j}(3m - n)$$

$$\text{Rezolvând sistemul } \begin{cases} 2m + 5n = 16 \\ 3m - n = 7 \end{cases} \text{ obținem } m=3 \text{ } n=2. \text{ Deci } \vec{a} = 3\vec{u} + 2\vec{v}.$$

2.a) Aplicând teorema cosinusului în triunghiul AMC obținem ecuația

$$AM^2 - 3\sqrt{2}AM - 36 = 0 \text{ de unde rezultă } AM = 3\sqrt{2}. m(\sphericalangle AMB) = 180^\circ - m(\sphericalangle AMC) = 45^\circ \text{ și}$$

Aplicând teorema cosinusului în triunghiul ABM obținem $AB=3$.

$$BM = \frac{BC}{2} = 3, P_{\triangle AMB} = AB + BM + AM = 3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6 + 3\sqrt{2}$$

b) Se observă că triunghiul ABC este dreptunghic în B și aria lui este $\frac{AB \cdot BC}{2} = 9$.

3.a) Condiția ca dreptele d_1 și d_2 să fie perpendiculare este $m_{d_1} m_{d_2} = -1$ se scris sub forma:

$$2(m+1) + 10(3-m) = 0, \text{ de unde } m = 4.$$

b) Înlocuind $m=4$ în ecuațiile dreptelor obținem $d_1: 2x - y - 2 = 0$ și $d_2: 5x + 10y - 5 = 0$.

$$\text{Rezolvând sistemul } \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 5x + 10y - 5 = 0 \end{cases} \text{ obținem } x = 1 \text{ și } y = 0, \text{ adică } M(1, 0).$$

$$\text{Distanța dintre A și M va fi } AM = \sqrt{(y_A - y_M)^2 + (x_A - x_M)^2} = 5.$$