

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) $x + y - xy = 1 - (x - 1)(y - 1), \forall x, y \in \mathbb{R}$

$$x \circ 2 = 1 - (x - 1) \Rightarrow 2 - x = x \Rightarrow x = 1$$

b) $1 - (x - 1)(y - 1) = 1 - (xy - x - y + 1) = x + y - xy = x \circ y, \forall x, y \in \mathbb{R}$

c) $(x \circ y) \circ z = 1 - (x - 1)(y - 1)(z - 1) = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$

d) $1 - (x - 1)(e - 1) = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e = 0$

e) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ se arată $x' \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel încât

$$x \circ x' = x' \circ x = 0 \Rightarrow 1 - (x - 1)(x' - 1) = 0 \Rightarrow x' = 1 + \frac{1}{x - 1}, \forall x \neq 1 \Rightarrow x' \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Deci $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, \exists x' = 1 + \frac{1}{x - 1} \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel ca $x \circ x' = x' \circ x = 0$

f) $x \circ x \circ x \circ x = 1 - (x - 1)^4, \forall x \in \mathbb{R}$