Soluție

1. $\begin{cases} f(1)=2 \\ f(-1)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ -a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow a=-1, b=3$.

2. a) $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.Cum $-\frac{b}{2a}=1,\ -\frac{\Delta}{4a}=0$,rezultă $V(1,0)$

b) $a=-1<0 \Rightarrow f$ strict descrescatoare pe $\left[-\frac{b}{2a};\infty\right)$ $-\frac{b}{2a}=1$,deci $\forall x_1, x_2 \in [1;\infty), x_1 \neq x_2$ avem $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=2-(x_1+x_2)$ (2p)

Sau prin calcul $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1+x_2>2$ (2p)

Deci $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ (1p)

3. $a>0 \Rightarrow \operatorname{Im} f = \left[-\frac{\Delta}{4a};\infty\right)$,deci $-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow 3m^2-2m=0 \Leftrightarrow m \in \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$

4. a) Se notează $3^{x+1}=t>0 \Rightarrow t^2-10t+9=0 \Rightarrow t_1=1, t_2=9$.,deci $x_1=-1, x_2=1$ Rezultă punctele de intersecție ale celor două grafice sunt $(-1,1)$ si $(1,81)$

b) $\lg^2 x^3 = 9\lg^2 x$ si $\lg x^4 = 4\lg x$ .Se notează $\lg x = t \Rightarrow 9t^2-36t+36=0 \Rightarrow t=2$,deci $x=100$