

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) $\left(\sqrt{20-8\sqrt{6}}\right) \perp \left(\sqrt{10-4\sqrt{6}}\right) + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{30-12\sqrt{6}} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)^2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} =$
 $= \left|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right| + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = 0$

b) Se demonstrează prin calcul că: $(x \perp y) \perp z = x \perp (y \perp z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ și că

$$x \perp y = y \perp x, \forall x, y \in \mathbb{Q}. \quad (x \perp y) \perp z = \sqrt{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$$

Analog pentru $x \perp (y \perp z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ și pentru $x \perp y, y \perp x, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Se caută $e \in \mathbb{R}$ astfel ca $x \perp e = e \perp x = x, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Dar } x \perp e = \sqrt{x^2 + e^2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2 + e^2} = x \Rightarrow e = 0$$

$$\text{Dar } x \perp 0 = \sqrt{x^2} = |x| = -x, \forall x \in \mathbb{R}_-, \text{ deci } x \perp 0 \neq x, \forall x < 0.$$

d) Se observă că $x \perp 0 = \sqrt{x^2} = |x| = x, \forall x \in \mathbb{R}_+$

e) $x \perp y = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{13} \Rightarrow x = 3, y = 2$

f) $1 \perp (2\sqrt{2}) \perp (3\sqrt{3}) \perp (4\sqrt{4}) \perp (5\sqrt{5}) = \sqrt{1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3} = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 6^2}{4}} = 15$