Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

a) $3\cdot\int_0^1 f_2(x)dx = 3\cdot\int_0^1\left(x^2-1\right)dx$ şi deci $3\cdot\int_0^1 f_2(x)dx = -2 = a$

b) $\int f_2(x)dx = \frac{x^3}{3} - x + k$. Condiția din enunț conduce la $k=\frac{5}{3}$,deci $F_2(0)=\frac{5}{3}$

c) $\int_0^m \frac{f_2(x)}{x+1}dx = \int_0^m (x-1)dx$. Avem acum: $\int_0^m (x-1)dx = \frac{m^2}{2} - m = 4 \Rightarrow m \in \{-2,4\}$. Cum $m\in\mathbb{N} \Rightarrow m=4$

d) $x+1 \geq x^2-1, \forall x\in[-1,2]$ şi $\mathcal{A}=\int_{-1}^{2}\left(g(x)-f(x)\right)dx$,deci $\mathcal{A}=\frac{9}{2}$

e) $\int_0^1 f_n(x)dx = \frac{1}{n+1}-1$, $\int_0^1 g_n(x)dx = \frac{1}{n+1}+1$. Dacă $\frac{1}{n+1}-1=\frac{1}{n+1}+1$, atunci $-1=1$, fals.

f) $\int_0^1 f_m(x)dx + \int_0^1 g_m(x)dx = \frac{2}{m+1}$ şi $\frac{2}{m+1}\in\mathbb{Z} \Rightarrow m+1\in\{-2,-1,1,2\}$. Cum $m\in\mathbb{N} \Rightarrow m=1$