

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

$$\text{a) } A - 2I_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } a = b = c = 1 \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = 3A$$

$$\text{c) } \det(B) = ab - 1$$

$$\det(B) = 0 \Leftrightarrow ab - 1 = 0, a, b \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow a = b = 1 \text{ sau } a = b = -1$$

$$\text{d) } \text{Dacă } a = b = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}, c \in \mathbb{Z}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix} = 0, \forall c \in \mathbb{R} \Rightarrow A \text{ nu este inversabilă, } \forall c \in \mathbb{R}.$$

Pentru $(1, 1, c), c \in \mathbb{R} \Rightarrow A$ neinvertibilă.

$$\text{e) } \det(A) = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 0+1 & 0+1 & c-1+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & 0 & c-1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (c-1)\det(B) + (a-1)(b-1)$$

$$\text{f) } \text{Fie } c = 1 \Rightarrow (a-1)(b-1) = 2008$$

$$\text{Se poate lua } a = 2, b = 2009 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2009 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \det(A) = 2008$$