

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție.**

**1. a)** Avem că  $\{-1, 5\} \subset A$  și pentru  $a = 5$  și  $b = -1$  obținem că  $3 \cdot 5 - 2 \cdot (-1) \in A \Leftrightarrow 17 \in A$ , iar pentru  $a = -1$  și  $b = 5$  obținem  $3 \cdot (-1) - 2 \cdot 5 \in A \Leftrightarrow -13 \in A$ . Deci,  $\{17, -13\} \subset A$ .

**b)** Avem că  $a = \log_5 6 = \frac{1}{\log_6 5}$ ,  $b = \log_4 6 = \frac{1}{\log_6 4}$  și  $0 < \log_6 4 < \log_6 5$ , deci  $a < b$ .

**2.** Dacă  $r$  este rația progresiei avem că  $3a_1 + 3r = 9$  și  $3a_1 + 7r = 17$ , de unde obținem  $a_1 = 1$  și  $r = 2$ . În final,  $S_{20} = a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = \frac{(2a_1 + 19r) \cdot 20}{2} = 400$ .

**3.** Prețul produsului fără TVA este  $\frac{100+10}{100} \cdot 180 = 198$  lei, iar prețul final (TVA) este  $\frac{100+19}{100} \cdot 198 = 235,62$  lei, adică 235 lei și 62 de bani.

**4. a)** Avem că  $f(-x) = \frac{3(-x)}{(-x)^2 + 9} = -\frac{3x}{x^2 + 9} = -f(x)$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**b)** Calculăm imaginea funcției  $f$ . Considerăm  $y \in \mathbb{R}$  arbitrar și căutăm să rezolvăm ecuația  $f(x) = y$  în mulțimea  $\mathbb{R}$ . Avem că  $f(x) = y \Leftrightarrow yx^2 - 3x + 9y = 0$ , unde  $x$  este necunoscută și  $y$  este parametru real. Dacă  $y = 0$ , atunci ecuația admite soluția  $x = 0$ , iar dacă  $y \in \mathbb{R}^*$ , atunci avem o ecuație de gradul al II-lea cu  $\Delta = 9 - 36y^2$ . Ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă și numai dacă  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$ . În concluzie, ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă  $y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ , deci  $\text{Im } f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ , de unde obținem că  $f$  este mărginită.