

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $f(2x) = 3^{2x} + 4^{2x}, f(-2x) = 3^{-2x} + 4^{-2x}$

$$f(2x)f(-2x) = 2 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2x} + \left(\frac{4}{3}\right)^{2x}, \left(\frac{3}{4}\right)^{2x} + \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

b) $f'(x) = 3^x \ln 3 + 4^x \ln 4.$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3^x + 4^x - 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{3^x + 4^x - 2}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{f(x) - f(0)}{x}} = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{\ln 12}$$

d) $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ strict crescătoare pe \mathbb{R} .

e) $f(2) = 25, f$ strict crescătoare pe \mathbb{R} , deci $x = 2$ este soluție unică.

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 4^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{5^x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x}{5^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^x = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{5}\right)^x = 0$$