

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

a)  $F(x) = \int f(x)dx = \int (1+x^4)dx = x + \frac{x^5}{5} + \ell \Rightarrow \frac{6}{5} + \ell = 2 \Rightarrow \ell = \frac{4}{5} \Rightarrow F(x) = x + \frac{x^5}{5} + \frac{4}{5} \Rightarrow F(-1) = -\frac{2}{5}$

b)  $\int_{n-1}^{n+1} \frac{g(x)}{x} dx = \int_{n-1}^{n+1} \frac{2x^2}{x} dx = 2 \int_{n-1}^{n+1} x dx = 2 \left. \frac{x^2}{2} \right|_{n-1}^{n+1} = (n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n \Rightarrow n = 502$

c)  $\int_0^k g(x)dx = \int_0^k 2x^2 dx = 2 \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^k = \frac{2k^3}{3} \Rightarrow \frac{2k^3}{3} < 30 \Rightarrow k^3 < \frac{90}{2} = 45; k \in \mathbb{N}, k^3 < 45, k \text{ cel mai mare } k \Rightarrow k = 3$

d)  $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx = \int_1^2 \frac{1+x^4}{2x^2} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^{-2} + x^2) dx = \frac{1}{2} \left( \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{17}{12}$

e)  $1+x^4 \geq 2x^2 \Leftrightarrow (1-x^2)^2 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq g(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \geq g(x), \forall x \in [0; a] \Rightarrow$  înlocuind în teorema de

monotonie: “  $f(x) \geq g(x), \forall x \in [u; v] \Rightarrow \int_u^v f(x)dx \geq \int_u^v g(x)dx$  ”  $\Rightarrow \int_0^a f(x)dx \geq \int_0^a g(x)dx, \forall a > 0$

f)  $f(x) \geq g(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1}{f(x)} \leq \frac{1}{g(x)}, \forall x \in [1; 2] \Rightarrow$  înlocuind în teorema de monotonie avem

$$\int_1^2 \frac{1}{1+x^4} dx \leq \int_1^2 \frac{1}{2x^2} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 x^{-2} dx = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{4}$$