

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție:**

a)  $I_1 = \frac{1}{2}$ ,  $J_0 = e - 1$  și finalizarea e imediată

b) Integrare prin părți pentru  $J_1 = \int_0^1 x e^x dx$  și  $J_1 = \int_0^1 x e^x dx = 1 \in \mathbb{Z}$

c)  $I_{n+1} = \frac{1}{n+2}$ , deci  $I_n = \frac{1}{n+1}$  și astfel  $\frac{1}{n+2} < \frac{1}{n+1} \Rightarrow I_{n+1} < I_n, \forall n \in \mathbb{N}$

d)  $I_{n+1} + I_n = \frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ , de unde  $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)} = \frac{7}{12} \Rightarrow n = 2 \ (n \in \mathbb{N})$

e) Integrare prin părți  $J_{n+1} = e - (n+1) \cdot J_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

f) Căutăm, de exemplu,  $f$  de forma  $f(x) = kx^2$ , cu  $f(1) \neq 1$ , deci  $k \neq 1$ . Se ajunge prin integrare la

$$k = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3x^2}{2}$$