Soluţie

1. Din $\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}, \forall k\in\mathbb{N}^*$ se obţine $N=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2007}-\frac{1}{2008}=1-\frac{1}{2008}$, deci $N\in[0;1)\Rightarrow[N]=0$.

2. $f(f(x))=4x-1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Fie S suma cerută. $S=\sum_{k=1}^{10}(4k-1)=4\cdot\sum_{k=1}^{10}k-\sum_{k=1}^{10}1=4\cdot\frac{10\cdot 11}{2}-10=210$.

3. Ecuaţia dată se scrie $3^{2x}+3^x-2=0$. Notând $3^x=y$ obţinem ecuaţia $y^2+y-2=0$ cu soluţiile -2 şi 1. Cum $3^x>0$, convine doar $3^x=1$, deci $x=0$.

4. f bijectivă $\Rightarrow f$ surjectivă $\Rightarrow \mathrm{Im}(f)=A$. Atunci $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)=0$.

5. Mijlocul segmentului $[AB]$ este $M(0;1)$. Punctul $P(x,y)$ aparţine mediatoarei segmentului $[AB]$ dacă şi numai dacă $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{MP}=0$. Avem $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}-4\vec{j}$ iar $\overrightarrow{MP}=x\vec{i}+(y-1)\vec{j}$.

Ecuaţia mediatoarei lui $[AB]$ va fi : $2x-4(y-1)=0 \Leftrightarrow x-2y+2=0$.

6. Avem $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)\Rightarrow\cos\alpha<0\Rightarrow \cos\alpha=-\sqrt{1-\frac{1}{9}}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$