

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SOLUȚIE:

- a) $\lim_{x \rightarrow m} f(x) = \lim_{x \rightarrow m} g(x) \Leftrightarrow \frac{m-4}{m-6} = \frac{m-6}{m-4} \Rightarrow m = 5 \in \mathbb{R}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1 \Rightarrow$ dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă comună a celor două grafice atât spre $+\infty$ cât și spre $-\infty$
- c) $f'(x) = -\frac{2}{(x-6)^2}, g'(x) = \frac{2}{(x-4)^2}$ Cum f este descrescătoare pe $(6, \infty)$ iar g este crescătoare pe $(4, \infty) \Rightarrow a = 6$
- d) $4f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 20x + 28 = 0, 3x^2 - 20x + 28 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{14}{3}$
- e) Pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{4, 6\}, f(x) = \frac{1}{g(x)}$;
- Inecuația $f(x) + g(x) \geq 2$ este echivalentă cu $f(x) + \frac{1}{f(x)} \geq 2$
- Cum $t + \frac{1}{t} \geq 2$, dacă și numai dacă $t > 0$, $f(x) > 0$ conduce la $x \in (-\infty, 4) \cup (6, \infty)$.
- f) $f'(4) = -\frac{1}{2}, g'(6) = \frac{1}{2}$ iar $f(4) = g(6) = 0 \Rightarrow d_1: y = -\frac{1}{2}x$ și $d_2: y = \frac{1}{2}x$ Punctul lor de intersecție este $O(0,0)$