Soluție

1.a) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \dfrac{\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{DC}}{2}$

$\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM}$, rezultă $\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM}$

b) Centrul cercului circumscris triunghiului *ABC* este mijlocul lui *BC*. $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$, de unde $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$.

2.a) Aria triunghiului *AMC* este $\dfrac{CB \cdot AM}{2} = 1$.

b) Folosind teorema cosinusului în triunghiu *MBC* obținem $MC = \sqrt{5}$. Folosirea teoremei cosinusului în triunghiul *AMC*: $AC^2 = AM^2 + MC^2 - AM \cdot MC \cdot \cos(\sphericalangle AMC)$ ne duce la rezultatul $\cos(\sphericalangle AMC) = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

3.a) Fie $C(x_C; y_C) \in d$ rezultă $x_C - 2y_C + 3 = 0$, $AC^2=5$, rezultă $x_C^2 + (4 - y_C)^2 = 5$.

Rezolvând sistemul $\begin{cases} x_C - 2y_C + 3 = 0 \\ x_C^2 + (4 - y_C)^2 = 5 \end{cases}$ obținem $y_C=2$, $x_C=1$.

b) Fie *M* mijlocul lui *AB*, $M(x_M; y_M) = \left(\dfrac{x_B + x_A}{2}; \dfrac{y_B + y_A}{2}\right) = (1;5)$

Din ecuația medianei *AM*: $\dfrac{y - y_A}{y_M - y_A} = \dfrac{x - x_A}{x_M - x_A}$, obținem $\dfrac{y-4}{5-1} = \dfrac{x-0}{1-0}$ adică $4x - y + 4 = 0$.