

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

a) $G(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + k$; din $G(2) = 0 \Rightarrow k = -6$, de unde $G(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 6$

b) $f(2x) = 4x^2 + 2x + 1$ și $\int_0^1 f(2x)dx = \frac{10}{3}$;

c) $F'(x) = f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, deci F este strict crescătoare pe \mathbb{R} , de unde imediat $F(\sqrt{3}) < F(\sqrt{5})$.

d) $\int_0^1 g(x)dx = \frac{3}{4}$. Căutăm o funcție de forma $h(x) = ax$ și, din $\int_0^1 h(x)dx = \frac{3}{4}$, deducem $a = \frac{3}{2}$, deci un

exemplu este $h(x) = \frac{3x}{2}$

e) $\int [f(x) - g(x)]dx = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x + k$

f) $\int (f(x) - x^2) \cdot \ln x dx = \int (x+1) \cdot \ln x dx$ și acum integrare prin părți :

$$\int (f(x) - x^2) \cdot \ln x dx = \frac{(x+1)^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} - x - \frac{1}{2} \ln x + C$$