Soluții

1.a) $f'(x) = \dfrac{3(1-x^2)(1+x^2)}{(x^4+3)^2}, x \in \mathbb{R}$.

b) $x=1$ punct de maxim, $x=-1$ punct de minim $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0 = \lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

Imaginea lui f este $\operatorname{Im} f = \left[\dfrac{-1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$.

c) Daca $x = y$ avem egalitate

Daca $x < y$, se aplica T.Lagrange lui f pe $[x, y]$, se arata ca $f'(c) \le 1$ si rezulta cerinta

Daca $x > y$ atunci se procedeaza ca si anterior .

2.a) Avem: $\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 (x^2+x-2)dx = \left(\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} - 2x\right)\Bigg|_2^3 = \dfrac{41}{6}$.

b)Se descompune in fractii simple functia de integrat si se obtine ca

$.\int_{-1}^0 \dfrac{x^2+4}{x^3-3x+2}dx = \int_{-1}^0 \left(\dfrac{\frac{1}{9}}{x-1} + \dfrac{\frac{5}{3}}{(x-1)^2} + \dfrac{\frac{8}{9}}{x+2}\right)dx$ .Finalizare.

c) $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x.f(x^2).e^{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2xe^{x^2}(x^2+2)(x^2-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x \in \{0, 1, -1\}$.

Arata ca doar $x = 0$ este punct de extrem.