**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**1.** $f$ este strict descrescătoare dacă $-2m+1\angle 0 \Leftrightarrow 1\angle 2m \Leftrightarrow \frac{1}{2}\angle m \Leftrightarrow m\in\left(\frac{1}{2},\infty\right)$. Cum $m\in\mathbb{Z}$ şi trebuie să fie cel mai mic întreg $\Rightarrow m=1$

**2.a.** Graficul lui $f$ intersectează dreapta de ecuație $y=9$ într-un sindur punct dacă ecuația $f(x)=9$ are o singură soluție reală pozitivă.

$f(x)=9 \Leftrightarrow x^2-4x+4=9 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow x_1=-1, x_2=5.$

Dintre valorile obținute doar unul este strict pozitiv deci graficul funcției $f$ intersectează dreapta de ecuație $y=9$ în punctul de coordinate $(5;9)$.

**2.b.** Fie $x+y=S$ şi $xy=P$ .Asociind ecuația de gradul II avem $t^2-at+a=0$ Acesta va avea radacini reale dacă $\Delta\geq 0 \Leftrightarrow a^2-4a\geq 0 \Leftrightarrow a\in(-\infty,0]\cup[4,\infty)$ .

**3.** $f(x)\angle 0, \forall x\in\mathbb{R}$ dacă $\begin{cases} a\angle 0 \\ \Delta\angle 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\angle 0 \\ m^2-4\angle 0 \Leftrightarrow m\in(-2,2) \end{cases}$

**4.a.** Condițiile de existență sunt: $\begin{cases} x+5\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases}$

$\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}=4 \Leftrightarrow x+5+x-3+2\sqrt{x+5}\sqrt{x-3}=16$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x+5)(x-3)}=14-2x \Leftrightarrow \sqrt{(x+5)(x-3)}=7-x \Rightarrow$

$(x+5)(x-3)=(7-x)^2 \Leftrightarrow x^2+2x-15=49-14x+x^2 \Leftrightarrow 16x=64 \Leftrightarrow x=4$ .

Înlocuind în ecuație $x=4$ avem $\sqrt{4+5}+\sqrt{4-3}=4$ adevărat $\Rightarrow \mathbb{S}=\{4\}$

**4.b.** Notăm $2^{\log_x 5}=t, t$ număr real strict pozitiv,atunci ecuația devine

$4t^2+15t-4=0 \Leftrightarrow t_{1,2}=\frac{-15\pm\sqrt{225+64}}{8}=\frac{-15\pm 17}{8} \Leftrightarrow t_1=\frac{1}{4}; t_2=-4.$ Cum $t$ trbuie să fie strict pozitiv admitem $\frac{1}{4}$ .Inlocuind avem $2^{\log_x 5}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \log_x 5=-2 \Leftrightarrow x^{-2}=5 \Leftrightarrow x^2=\frac{1}{5} \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

Dar $x$ trebuie să fie strictpozitiv,diferit de 1 atunci $\mathbb{S}=\left\{\frac{1}{\sqrt{5}}\right\}$.