Solu□ie:

1. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$. $\begin{cases} f(2)=0 \\ f(0)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{2} \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}x-3$.

2. **a)** $f\left(1\pm\sqrt{2}\right)=0$ şi $S=2,\ P=-1 \Rightarrow f(x)=a\left(x^2-2x-1\right), \forall a\in\mathbb{R}^*$.

b) $\Delta\ge 0 \Leftrightarrow a^4-4a^2+4\ge 0 \Leftrightarrow \left(a^2-2\right)^2\ge 0, \forall a\in\mathbb{R}.$

$x_1>0, x_2>0 \Leftrightarrow \begin{cases} P>0 \\ S>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-1>0 \\ a^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty) \\ a\ne 0 \end{cases} \Rightarrow a\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$.

3. $a=1>0, \Delta=-(2m+2)^2-3<0 \Rightarrow f_{\min}=-\dfrac{\Delta}{4a}>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

$d(V,Ox)=-\dfrac{\Delta}{4a}=\dfrac{4m^2+8m+7}{4}=m^2+2m+\dfrac{7}{4}$, este o funcție e gradul al II-lea în m,

$g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(m)=m^2+2m+\dfrac{7}{4}$, care admite o valoare minimă pentru $m=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{2}{2}=-1$.

4. **a)** Condiții de existență: $x\ge 0$. $\sqrt{x+2}=x \Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow x_1=-1<0$, nu convine, $x_2=2$.

b) Condiții de existență: $x+1>0$ şi $x+1\ne 1 \Rightarrow x\in(-1,0)\cup(0,\infty)=D$.

$\log_{x+1}9=2 \Leftrightarrow (x+1)^2=9 \Leftrightarrow x_1=-4\notin D, x_2=2\in D \Rightarrow x=2$.