

Soluții

$$\mathbf{1.a)} \left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} \\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{MC}$$

$$\mathbf{1.b)} |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{0+1} = 1$$

$$\mathbf{2.a)} BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 49 + 25 - \cancel{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 39 \Rightarrow BC = \sqrt{39}$$

Fie E și F mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$.

$$\mathbf{2.b)} \text{ Avem } E\left(\frac{3}{2}; 0\right), F\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow EF = \sqrt{1 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

3.a) Fie D simetricul lui A față de B .

$$x_D = \frac{x_A + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 2x_B - x_A = 5$$

$$y_D = \frac{y_A + y_D}{2} \Rightarrow y_D = 2y_B - y_A = 1$$

A se află pe dreapta de ecuație $ax + by + 1 \Rightarrow 4a + 3b + 1 = 0$

$$\mathbf{3.b)} \text{ B se află pe dreapta de ecuație } ax + by + 1 = 0 \Rightarrow -2a - b + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1-b}{2}.$$

$$\text{Înlocuind în prima relație obținem: } 2 - 2b + 3b + 1 = 0 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$$