

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

a) Tablele legilor de compoziție " $\odot$ " și " $\oplus$ " sunt:

$\odot$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

$\oplus$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	3	4	5	6	7	0	1
3	3	4	5	6	7	0	1	2
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	6	7	0	1	2	3	4
6	6	7	0	1	2	3	4	5
7	7	0	1	2	3	4	5	6

b)  $(5 \oplus 6) \odot 7 = 3 \odot 7 = 5$  și  $(5 \odot 7) \oplus (6 \odot 7) = 3 \oplus 2 = 5$ . Deci  $(5 \oplus 6) \odot 7 = (5 \odot 7) \oplus (6 \odot 7)$ .

c) Din tabla legii deducem că  $7 \odot 7 = 1$  și 1 este elementul neutru al legii  $\odot$ .

$$\text{Datorită asocitativității } \underbrace{7 \odot 7 \odot \dots \odot 7}_{2008 \text{ cifre}} = \underbrace{(7 \odot 7) \odot \dots (7 \odot 7)}_{1004 \text{ grupe}} = \underbrace{1 \odot 1 \odot \dots \odot 1}_{1004 \text{ cifre}} = 1$$

d) Fie  $x \in M$ .  $x$  este simetrizabil dacă  $\exists x' \in M$  astfel încât  $x \odot x' = x' \odot x = 1$ . Obținem  $\{1, 3, 5, 7\}$  mulțimea elementelor simetrizabile în raport cu legea  $\odot$  unde  $1' = 1, 3' = 3, 5' = 5, 7' = 7$ .

e) Se întocmește tabla legii  $\odot$  pe mulțimea  $H$  și pentru că  $\forall x, y \in H \quad x \odot y \in H$  se deduce că  $H$  este parte stabilă a lui  $M$  în raport cu legea  $\odot$ .

f)  $\text{Imf} = \{1, 3, 5, 7\}$ . Se întocmește tabla legii  $\odot$  pe mulțimea  $\text{Imf}$  și se deduce că:

-  $\forall x, y \in \text{Imf} \quad x \odot y \in \text{Imf}$ . Deci  $\text{Imf}$  este parte stabilă a lui  $M$  în raport cu legea  $\odot$ .

- Legea  $\odot$  fiind asociativă pe  $M$  este asociativă și pe  $\text{Imf} \subset M$ .

- Legea  $\odot$  este comutativă pe  $\text{Imf}$  deoarece tabla legii  $\odot$  pe mulțimea  $\text{Imf}$  este simetrică față de diagonala principală, deci  $\forall x, y \in \text{Imf} \quad x \odot y = y \odot x$ .

- 1 este elementul neutru al legii  $\odot$  și toate elementele lui  $\text{Imf}$  sunt simetrizabile