

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) Calcul elementar.

b) Din $x, y \in G$, rezultă $(x^2 - 1) > 0$, $(y^2 - 1) > 0$, deci $(x^2 - 1)(y^2 - 1) > 0$ și imediat

$$x * y = \sqrt{(x^2 - 1)(y^2 - 1) + 1} > 1.$$

c) Asociativitatea rezultă din $(x * y) * z = \sqrt{(x^2 - 1)(y^2 - 1)^2(z^2 - 1) + 1} = x * (y * z)$.

d) Din definiția elementului neutru se obține $\sqrt{(x^2 - 1)(e^2 - 1) + 1} = x$ și imediat $e = \sqrt{2}$.

e) Rezultă din punctele precedente și din faptul că orice element $x \in G$ admite simetricul

$$x' = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2 - 1}} \in G.$$

f) Cum $x * 2 = \sqrt{3(x^2 - 1) + 1} = \sqrt{3x^2 - 2}$, atunci se obține ecuația $\sqrt{3x^2 - 2} = 5$, de unde $x^2 = 9$. Cum $x \in G$, se obține $x = 3$.