

**Soluție**

1. a)  $\overrightarrow{CN} = \frac{\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CM}}{2}$ ;  $\overrightarrow{CM} = \frac{\overrightarrow{CA}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{\overrightarrow{CB}}{2} + \frac{\overrightarrow{CA}}{4}$ .

1. b)  $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{BP} \Rightarrow \overrightarrow{CP} = \frac{2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}}{3}$ ;  $\overrightarrow{CN} = \frac{2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}}{4} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CP} \Rightarrow C, N$  și  $P$  sunt coliniare.

2. a) Din teorema sinusurilor în triunghiul  $ABC$  avem:  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow BC = 5\sqrt{3}$ .

2. b) Din teorema cosinusului în triunghiul  $ABC$  avem:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \Rightarrow$   
 $AC^2 - 5\sqrt{2} \cdot AC - 25 = 0 \Rightarrow AC = \frac{5}{2}(\sqrt{2} \pm \sqrt{6})$ ,  $AC > 0 \Rightarrow AC = \frac{5}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

3. a)  $m_{OA} = \frac{y_A}{x_A} = \frac{5}{3}$ ,  $m_{OB} = \frac{y_B}{x_B} = -\frac{3}{5} \Rightarrow m_{OA} \cdot m_{OB} = -1 \Rightarrow OA \perp OB$

3. b)  $OA \perp OB \Rightarrow \mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \cdot OB}{2}$

$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{34}$ ,  $OB = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} = 2\sqrt{34} \Rightarrow \mathcal{A}_{OAB} = \frac{2\sqrt{34} \cdot \sqrt{34}}{2} = 34$ .