Soluție

1. $f(1)+f(2)+...+f(n)=2(1+2+...+n)+3\cdot n=2\cdot\frac{n(n+1)}{2}+3n=n(n+4)$

2a) Se rezolvă sistemul $\begin{cases}(m-n)-(4m+n)-4m=33\\16(m-n)-4(4m+n)-4m=0\end{cases}$. Rezultă $\begin{cases}m=-5\\n=1\end{cases}$

2b) $f(x)=-6x^2+19x+20$. Parabola admite un punct de maxim de abscisă $x_v=\frac{19}{12}$. Atunci funcția este strict crescătoare pentru $x\in(-\infty,\frac{19}{12})$ și strict descrescătoare pentru $x\in(\frac{19}{12},\infty)$

3. Se rezolvă sistemul $\begin{cases}y=x+1\\y=x^2-3x+5\end{cases}$. Se obține soluția unică $x=2,\quad y=3$.Dreapta intersectează parabola într-un singur punct de coordonate $(2,3)$

4a) $x-5=\sqrt{x-5}\Leftrightarrow(x-5)^2=x-5\Leftrightarrow(x-5)(x-6)=0\Leftrightarrow x_{1,2}=\{5;6\}$. Soluțiile verifică ecuația dată.

4b) Se notează $\log_2 x=t$. Se obține ecuația $t^2-5t+6=0$ cu soluțiile $t_1=2$ și $t_2=3$
Rezultă $x_{1,2}=\{4;8\}$. Soluțiile verifică ecuația dată.