Soluție

1.a) $2\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}$, dar $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{GM}$ de unde adunând relațiile $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GA}$ şi $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC}$ obținem $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=6\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{BG}=6\overrightarrow{BG}$.

b) Fie $\overrightarrow{OA}=a\vec{i}+b\vec{j}$ .Dacă ABCD paralelogram $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$.

$\vec{i}(6-a)-\vec{j}(b+1)=4\vec{i}-4\vec{j}$, rezultă a=2, b=3. Deci $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+3\vec{j}$.

2.a) AM mediană, AM=AB=BM=6, rezultă $m(\sphericalangle BAM)=60^0$

$m(\sphericalangle MAN)=30^0$ în triunghiul AMN, $MN=\dfrac{AM}{2}=3$.

b) Fie $AD\perp BC$, AD este înălțime în triunghiul echilateral ABM, deci $AD=\dfrac{l\sqrt{3}}{2}=\dfrac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$.

3.a) $x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}, y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}$, $3=\dfrac{2+3+x_C}{3}, -1=\dfrac{-1+4+y_C}{3}$, de unde $x_C=4, y_C=-6$.

b) AB: $\dfrac{y+1}{4+1}=\dfrac{x-2}{3-2}, 5x-y-11=0$

CG: $\dfrac{y+6}{-1+6}=\dfrac{x-4}{3-4}, 5x+y-14=0$

Se rezolvă sistemul: $\begin{cases}5x-y-11=0\\5x+y-14=0\end{cases}$ $x=\dfrac{5}{2}, y=\dfrac{3}{2}$.