Soluție:

1. a) Determinantul sistemului este $\Delta = -120$. Se obține soluția unică $x = \frac{4}{5}$, $y = \frac{3}{5}$, $z = 0$.

b) Determinantul sistemului este $\Delta = \begin{vmatrix} b & a & 0 \\ c & 0 & a \\ 0 & c & b \end{vmatrix} = -2abc \neq 0$, deci sistemul are soluție unică.

c) Folosind formulele lui Cramer, obținem $x_0 = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \cos A$.

$\hat{A}$ fiind unghi al triunghiului ABC, avem $A \in (0, \pi)$, deci $x_0 = \cos A \in (-1, 1)$.

Analog obținem $y_0 = \cos B \in (-1, 1)$ şi $z_0 = \cos C \in (-1, 1)$.

2. a) Deoarece a şi b iau independent câte trei valori, există $3 \cdot 3 = 9$ matrice în mulțimea G.

b) Calcul direct.

c) $\det(A) = (a-b)(a+b)$. $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ fiind corp, din $(a-b)(a+b) = \hat{0}$ rezultă $a = b$ sau $a = -b$.

În total, există 6 matrice în G care au determinantul nul.