

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) $l_d(0) = \lim_{x \searrow 0} f(x) = -\infty \Rightarrow x=0$ asimptotă verticală

b) $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}, \forall x \in (0, +\infty)$

c) $x^2 \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) - 2x \left(x^2 - \frac{1}{x} \right) = 2x^3 + 1 - 2x^3 + 2 = 3$

d) $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare pe $(0, +\infty)$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{-x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{-2x} - \frac{1}{e^{-x}} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-2x} - e^x) = -\infty$

f) $l_s(1) = \lim_{x \nearrow 1} (2\alpha x + 1) = 2\alpha + 1$

$$l_d(1) = \lim_{x \searrow 1} (\alpha x^2 + 3\alpha x) = 4\alpha$$

$$g(1) = 2\alpha + 1$$

$$g \text{ este continuă în } x=1 \Rightarrow l_s(1) = l_d(1) = g(1) \Rightarrow 2\alpha + 1 = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$