

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare.

a) $I_3 + A(1,2,3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in M$, pentru $a=2, b=2, c=3$.

b) $a = 2x - 3 = y - 2 = 8 - y, b = 4 - z = 2, c = y = 5 \Rightarrow x = 3, y = 5, z = 2$.

c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 8 + 64 - 8 - 8 - 8 = 49$

d) $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in M$, pentru $a=3, b=1, c=2$.

e) $A(1,2,0) + xI_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 & 2 & 0 \\ 0 & x+1 & 2 \\ 2 & 0 & x+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 2 & 0 \\ 0 & x+1 & 2 \\ 2 & 0 & x+1 \end{vmatrix} = (x+1)^3 + 8$

$\Rightarrow (x+1)^3 + 8 = 0 \Rightarrow x+1 = -2 \Rightarrow x = -3$.

f) Fie $X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} \in M \Rightarrow X^2 = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 + 2yz & z^2 + 2xy & y^2 + 2xz \\ y^2 + 2xz & x^2 + 2yz & z^2 + 2xy \\ z^2 + 2xy & y^2 + 2xz & x^2 + 2yz \end{pmatrix} \in M$

pentru $a = y^2 + 2xz, b = z^2 + 2xy, c = y^2 + 2xz$.