

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1. a) $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(1) = 0$.

b) $f''(x) = 6x$ și atunci f este concavă pe $(-\infty, 0)$ și convexă pe $(0, +\infty)$.

c) din studiul semnului derivatei lui f se obține că f este crescătoare pe $(-\infty, -1)$, descrescătoare pe $[-1, 1]$ și crescătoare pe $(1, 2]$ și cum $f(-1) = f(2) = 3$ rezultă $f(x) \leq 3$, pentru orice $x \leq 2$.

2. a) $F'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = f(x)$ pentru orice $x > 0$.

b) $A(\Gamma_f) = \int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big|_1^2 = \frac{1}{2}$.

c) $\int_1^e f(x) \cdot \ln x dx = F(x) \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \frac{1}{x} dx = \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x \Big|_1^e - \left(x - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^e = \frac{2}{e}$.