Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. a) $M \in (CB)$, $CM = 2BM \Rightarrow CM + BM = 3BM$, $BC = 3BM = \frac{3}{2}CM \Rightarrow \overrightarrow{CM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

1. b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) == \overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}}{3}$

2. a) $m(\sphericalangle C) = 180^\circ - 135^\circ - 15^\circ = 30^\circ$. Din teorema sinusurilor în triunghiul ABC avem: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow$
$\frac{8\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AB}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AB = 8$.

2. b) Din teorema cosinusului în triunghiul ABC avem: $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}$.

Dacă D este piciorul înălțimii din B, atunci $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$, deci triunghiul ABD este dreptunghic și isoscel $\Rightarrow BD = AD = 4\sqrt{2}$.

În triunghiul dreptunghic BDC $m(\sphericalangle BCD) = 30^\circ$, deci $CD = BD\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$.

Astfel $\cos B = \frac{64 + 128 - 96 - 32 + 64\sqrt{3}}{128\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.

3. a) $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

3. b) $d: y = \frac{3}{5}x + \frac{21}{5} \Rightarrow m_d = \frac{3}{5}$

$d' \perp d \Rightarrow m_d \cdot m_{d'} = -1 \Rightarrow m_{d'} = -\frac{5}{3} \Rightarrow d': \frac{y}{x} = -\frac{5}{3} \Rightarrow d': 5x + 3y = 0$