

Soluție

1. $\log_2 18 = \log_2 3^2 \cdot 2 = 2 \log_2 3 + \log_2 2 = 2a + 1$.
2. $f(1) + f(2) + f(3) = (a + b) + (2a + b) + (3a + b) = 6a + 3b$, deci $b = 0$. Cum $f(4) = 8$, obținem $4a = 8, a = 2$.
3. Intersecția cu Oy este $(0, f(0)) = (0, 6)$. Pentru intersecția cu Ox rezolvăm ecuația $f(x) = 0, 2^{x+3} = 2, x + 3 = 1, x = -2$, deci intersecția este $(-2, 0)$.
4. Avem echivalent $3^{-x} = 3^2$ și din injectivitatea funcției exponențiale rezultă $-x = 2, x = -2$.
5. Impunem condiția: $\frac{a}{8} = \frac{2}{a} \neq \frac{2}{4}$. Din $a^2 = 16$ rezultă $a = \pm 4$, dar pentru $a = 4$ cele 3 fracții devin egale, deci nu convine decât $a = -4$.
6. Dacă $M(x, y)$ este mijlocul lui BC , atunci $x = \frac{2+0}{2} = 1, y = \frac{0+2}{2} = 1$, deci $M(1, 1)$. În acest caz mediana AM are lungimea $\sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$.