

Rezolvare

**1.a.**  $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

**b.**  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$ . Tabel de variație

$\Rightarrow f$  crescătoare pe  $(-\infty, -2], [0, +\infty)$  și  $f$  descrescătoare pe  $[-2, -1), (-1, 0]$ .

**c.**  $f(-2) = -4$ . Interpretare tabel variație, deci  $f(x) \leq -4, \forall x < -1$ .

**2.a.**  $\int_0^1 e^x f_1(x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$ .

**b.**  $\int_0^x f_1(t) dt = -(t+1)e^{-t} \Big|_0^x = -(x+1)e^{-x} + 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^{-x}(x+1)) = 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{e^x} = 1.$$

**c.**  $I_n = \int_0^1 e^{-x} x^n dx = \left( -e^{-x} x^n \Big|_0^1 + n \int_0^1 e^{-x} x^{n-1} dx \right)$ , deci  $I_n = -\frac{1}{e} + I_{n-1}$ .