

Rezolvare

1. a) Se verifică prin calcul direct.

b) $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 1 \neq 0$. Deci matricea B este inversabilă. $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $B^3 = 3A + I_2$, $B^2 = 2A + I_2 \Rightarrow B^3 - B^2 = A$. Se obține $x = 1$.

2. a) $f = (X^2 - 1)^2 \Rightarrow g / f$.

b) Folosim relațiile lui Viète. $S = 0, P = 1 \Rightarrow S \cdot P = 0$.

c) **Metoda I.** Înlocuim necunoscuta X a polinomului f cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 și adunăm cele patru relații.

Obținem :

$$T - 2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) + 4 = 0.$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) = (x_1 + \dots + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + \dots + x_3x_4) = 4$$

Finalizare $T = 4$.

Metoda II. Se calculează rădăcinile polinomului f . $x_1 = x_2 = -1$, $x_3 = x_4 = 1$. Înlocuim și obținem $T = 4$.