

Soluție

1. Impunem $x + 1 = \frac{(x-1) + (2x+5)}{2}$, de unde avem $2x + 2 = 3x + 4, x = -2$.
2. Impunem $\Delta = 9 - 4m > 0$, deci $m < \frac{9}{4}$ și $P = 1$, deci $m = 1$. (Se obține ecuația $x^2 - 3x + 1 = 0$).
3. Condiții de existență: $x > 0$
 $\lg^2 x - 4\lg x + 3 = \lg^2 x - \lg x - 3\lg x + 3 = \lg x \cdot (\lg x - 1) - 3(\lg x - 1) = (\lg x - 1)(\lg x - 3) = 0$, deci $x = 10$ și $x = 10^3 = 1000$.
4. Punctele de pe Oy au abscisa 0, deci $f(0) = -6$ și punctul de intersecție este $(0, -6)$.
5. Calculăm $AB^2 = (-m-2)^2 + (m+2)^2 = (4\sqrt{2})^2$, deci $2(m+2)^2 = 32, (m+2)^2 = 16, m+2 = \pm 4, m = 2$ și $m = -6$.
6. Utilizăm teorema cosinusului pentru unghiul A: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{25 + 755 - 100}{50\sqrt{3}} = 0$ (sau prin reciproca teoremei lui Pitagora, triunghiul este dreptunghic în A, deci $\cos A = 0$).