

Soluție

1.a) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$, înlocuind pe $\overrightarrow{DN} = \frac{\overrightarrow{DB}}{2}$, $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ obținem $\overrightarrow{AN} = \frac{3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}}{4}$.

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$, înlocuind pe $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB}}{2}$, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ obținem $\overrightarrow{AM} = \frac{3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}}{3}$.

2.a) Triunghiul ABC dreptunghic isoscel, rezultă $AB = 6\sqrt{3}$, $AD = AB \cdot \operatorname{tg}(\angle ABD) = 6$
Conform teoremei lui Pitagora în triunghiul ABD , $BD = 12$.

b) $DC = AC - AD = 6(\sqrt{3} - 1)$

Conform teoremei sinusurilor în triunghiul BDC : $\frac{DC}{\sin(\angle DBC)} = \frac{BD}{\sin(\angle BCD)}$, de unde

$$DC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

3.a) Condiția de paralelism a dreptelor este: $\frac{m-1}{2m} = \frac{1}{3} \neq \frac{4}{5}$, de unde $m = 3$.

b) Fie h dreapta perpendiculară pe d_1 care trece prin A , $d_1: 2x + y - 4 = 0$, $m_{d_1} = -2$.

$m_h \cdot m_{d_1} = -1$ ecuația dreptei h va fi: $(y - y_A) = m_h(x - x_A)$ adică $(y - 2) = \frac{1}{2}(x - 1)$, respectiv $x - 2y + 3 = 0$.