

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluție**

a)  $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}, \forall x \in \mathbb{R}^*$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = -3$

c)  $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$

$$y - 0 = -3(x - 1)$$

$$y + 3x - 3 = 0$$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \text{ graficul funcției nu are asimptotă orizontală spre } \pm\infty$$

$$y = mx + n$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-5x + 4}{x} = -5$$

$$\Rightarrow y = x - 5 \text{ asimptotă oblică spre } \pm\infty$$

$$l_s(0) = \lim_{x \nearrow 0} f(x) = -\infty$$

$$l_d(0) = \lim_{x \searrow 0} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ asimptotă verticală}$$

e)  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

$$x \in (0, 2] \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f \text{ este descrescătoare}$$

$$x \in [2, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f \text{ este crescătoare}$$

f)  $g$  continuă în  $x = 0 \Rightarrow l_s(0) = l_d(0) = g(0) \Rightarrow b = 1$

$$g \text{ derivabilă în } x = 0 \Rightarrow g'_s(0) = g'_d(0) \Rightarrow \lim_{x \nearrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = \lim_{x \searrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x}$$

$$\lim_{x \nearrow 0} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \searrow 0} \frac{ax + 1 - 1}{x} \Rightarrow a = -1$$