

Soluție

1.a) Folosind regula triunghiului : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$

Folosind regula triunghiului : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}$

Adunând cele două relații obținem $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}, \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

$$3\overrightarrow{X} = \overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{CA} = -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CA} = -2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{AB}$$

Deci $\overrightarrow{X} = \overrightarrow{AB}$

2.a) Din teorema sinusurilor obținem $\frac{AC}{\sin(\widehat{B})} = 2R$, adică $AC = 12$

b) În triunghiul dreptunghic ABD folosind o funcție trigonometrică obținem $BD = 2$, iar $AD = 4\sqrt{3}$

3.a) $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$, deci $\overrightarrow{AB}(2, -1)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, deci $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5}$.