

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Avem că $1 = 3 \cdot 0 + 1, 4 = 3 \cdot 1 + 1, \dots, 121 = 3 \cdot 40 + 1$, deci mulțimea A are 41 de elemente în progresie aritmetică cu rația egală cu 3. Rezultă că $1 + 4 + 7 + \dots + 121 = \frac{(1+121) \cdot 41}{2} = 61 \cdot 41 = 2501$.

b) Avem că $a = \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_7 \left(2^{\log_2 49} \right) \right) + \log_3 81 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_7 \left(49^{\log_2 2} \right) \right) + \log_3 3^4 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_7 7^2 \right) + 4 \cdot \log_3 3 \Rightarrow$
 $a = \log_{\frac{1}{2}} 2 + 4 = -1 + 4 = 3$.

2. Avem că $x_1 = \frac{3 \cdot x_0 + 1}{x_0 + 1} = \frac{3+1}{1+1} = 2$, $x_2 = \frac{3 \cdot x_1 + 1}{x_1 + 1} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2+1} = \frac{7}{3}$, $x_3 = \frac{3 \cdot x_2 + 1}{x_2 + 1} = \frac{3 \cdot \frac{7}{3} + 1}{\frac{7}{3} + 1} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$.

3. Echipa poate fi formată astfel:

a) 3 muncitori și 2 ingineri (muncitorii pot fi aleși în C_{10}^3 moduri, iar inginerii în C_4^2 moduri)

b) 4 muncitori și 1 inginer (muncitorii pot fi aleși în C_{10}^4 moduri, iar inginerul în C_4^1 moduri)

c) 5 muncitori (muncitorii pot fi aleși în C_{10}^5 moduri)

Răspuns $C_{10}^3 C_4^2 + C_{10}^4 C_4^1 + C_{10}^5 = 120 \cdot 6 + 210 \cdot 4 + 252 = 1812$.

4. a) Pentru $0 \leq x < y \leq 1$ avem că $f(y) - f(x) = \frac{x-y}{(x+1) \cdot (y+1)} < 0$, deci f este strict descrescătoare.

b) Din subpunctul a) avem că $f(x) > f(1) = \frac{3}{2}$, pentru orice $x \in [0, 1)$, iar $\frac{3}{2} - (1-x)^2 < \frac{3}{2}$, pentru orice $x \in [0, 1)$, deci $x=1$ este singura soluție a ecuației date din intervalul $[0, 1]$.