

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală spre $+\infty$.
- b) $f'(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow y - f(e) = f'(e)(x - e) \Rightarrow ye - x = 0$.
- c) $h'(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{x-2}{x^2}, \forall x \in [2, +\infty)$.
- d) $h'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$
 $x \in [2, +\infty) \Rightarrow h'(x) \geq 0 \Rightarrow h$ este crescătoare
- e) h este crescătoare pentru $x \in [2, +\infty) \Rightarrow h(x) \geq h(2) \Rightarrow \ln x - \frac{x-2}{x} \geq \ln 2$
 $\ln x - \ln 2 \geq \frac{x-2}{x}$
 $\ln \frac{x}{2} \geq \frac{x-2}{x}, \forall x \in [2, +\infty)$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = 1$.