

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) Asociativitatea rezultă din $(x * y) * z = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3 + 2} = x * (y * z)$.

b) Folosind definiția elementului neutru ($\exists e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * e = e * x = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$) se obține

$$\sqrt[3]{x^3 + e^3 + 1} = x \text{ adică } e = -1.$$

c) Se ține cont de punctele precedente, de faptul că legea este peste tot definită și că orice element $x \in \mathbb{R}$

admite simetricul $x' = \sqrt[3]{-2 - x^3} \in \mathbb{R}$ d) $E(x) = x * (-x) = \sqrt[3]{x^3 + (-x)^3 + 1} = \sqrt[3]{1} = 1$.

e) Presupunem că $\exists x, y \in \mathbb{R}^*$ cu $\frac{x}{y} * \frac{y}{x} = 1$. Atunci $\frac{x}{y} * \frac{y}{x} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{x^3} + 1} = 1 \Leftrightarrow x^6 + y^6 = 0$, imposibil

pentru că $x, y \in \mathbb{R}^*$

f) Notând $2^x = t$, se obține ecuația $t^2 + t - 2 = 0$ cu soluțiile $t \in \{1, -2\}$. Cum $2^x = t > 0$, avem $t = 1$ și deci $x = 0$.