

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) $g(x) = x^2 - 2x + 3, \min g(x) = -\frac{\Delta}{4a} = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xg(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{mx^2 - 2x + 3} = \frac{1}{m}$

c) $f(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, f'(x+1) = 3x^2 + 6x + 3$
 $g'(x) = 2mx - 2$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} (mx - 2) = m \cdot \infty = \begin{cases} \infty, m > 0 \\ -\infty, m < 0 \end{cases}$

e) grafic

Fie $f(x+1) = u(x), u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$u'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, u funcție crescătoare.

Graficul funcției u nu are asimptote

f) $h'(x) = 3x^2 - 2mx + 2$

Funcția h este strict crescătoare dacă $h'(x) = 3x^2 - 2mx + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_m < 0$

$$4m^2 - 24 < 0 \Rightarrow m \in (-\sqrt{6}, \sqrt{6}) \setminus \{0\}$$