

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Mulțimea A are $2^{2009} - 2^{2008} + 1 = 2 \cdot 2^{2008} - 2^{2008} + 1 = 2^{2008} + 1$, iar mulțimea B are tot $2^{2008} + 1$ (de la 0 la n sunt $n + 1$ numere). Prin urmare, mulțimile A și B au același număr de elemente.

b) Prin calcul, amplificând cu conjugatul fiecărui numitor, obținem $x = \frac{\sqrt{19} - 1}{3}$. Avem că $1 < x < 2$.

Răspuns: numărul căutat este 1.

2. Dacă notăm cu r rația progresiei aritmetice avem că $\frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 100$ și $\frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = 900$, de unde obținem $2a_1 + 9r = 20$ și $2a_1 + 29r = 60$. Deci, $r = 2$ și $a_1 = 1$. Suma primilor 50 de termeni este egală cu $\frac{(2 \cdot a_1 + 49r) \cdot 50}{2} = 2500$.

3. Notăm cu x prețul inițial. Prețul obiectului după prima reducere este egal cu $\frac{100 - 10}{100} \cdot x = \frac{9}{10} \cdot x$, iar prețul final, după a doua reducere, este egal cu $\frac{100 - 20}{100} \cdot \frac{9}{10} \cdot x = \frac{72}{100} \cdot x$. Prin urmare, $\frac{72}{100} \cdot x = 1080 \Leftrightarrow x = 1500$. Prețul inițial este egal cu 1500 lei.

4. a) $f(2) + f(3) + f(4) = 0 + 0 + 1 = 1$.

b) $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2008) = 1 + 0 + 0 + 1 + 2 + \dots + 2005 = 1 + \frac{2005 \cdot 2006}{2} = 2011016$