

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție :

$$\text{a) } A + I_3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + I_3) = 0$$

$$\text{b) } 4A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 8 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}, 5I_3 = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow 4A + 5I_3 = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \det(zA) = z^3 \det(A) = z^3 \cdot 5$$
$$5z^3 = 40 \Rightarrow z = 2$$

e)

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{cases} t + 2u + 2v = a \\ 2t + u + 2v = a \\ 2t + 2u + v = a \end{cases}$$

$$t + 2u + 2v = 2t + u + 2v \Rightarrow t = u$$

$$t + 2u + 2v = 2t + 2u + v \Rightarrow v = t$$

$$\text{f) Din e. obținem : } t = u = v = \frac{a}{5}$$

$$\frac{a}{5} \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 5n, n \in \mathbb{N}$$