

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Din $x \in \mathbb{Z}$ rezultă că $|2x-1|$ este număr întreg impar și $|x-2| \in \mathbb{Z}$. Deci,

$$|2x-1| + |x-1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|=1 \\ |x-2|=2 \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} |2x-1|=3 \\ |x-2|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \{0,1\} \\ x \in \{0,4\} \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} x \in \{-1,2\} \\ x \in \{2\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{0,2\}, \text{ iar } A = \{0,2\}.$$

b) Avem că $8 < 9 < 8\sqrt{2}$ și $27 < 30 < 27\sqrt{3}$, de unde obținem $3 < \log_2 9 < 3,5$ și $3 < \log_3 30 < 3,5$, de unde rezultă că $6 < \log_2 9 + \log_3 30 < 7$. Răspuns: numărul căutat este 6.

2. Dacă q este rația progresiei avem că $b_1(1+q^4) = 51$ și $b_1q(1+q^4) = 102$, de unde obținem

$$\frac{b_1q(1+q^4)}{b_1(1+q^4)} = \frac{102}{51} \Leftrightarrow q = 2 \text{ și } b_1 = 3. \text{ Deci, } S_n = 3069 \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 3069 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10.$$

3. Prețul produsului fără TVA este $\frac{100+15}{100} \cdot 240 = 276$ lei, iar prețul la care comerciantul vinde produsul

respectiv este $\frac{100+19}{100} \cdot 276 = 328,44$ lei, adică 328 lei și 44 de bani.

4. a) Avem că $f(-x) = \frac{-5x}{(-x)^2 + 16} = -\frac{5x}{x^2 + 16} = -f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Calculăm imaginea funcției f . Considerăm $y \in \mathbb{R}$ arbitrar și căutăm să rezolvăm ecuația $f(x) = y$ în

mulțimea \mathbb{R} . Avem că $f(x) = y \Leftrightarrow y \cdot x^2 - 5x + 16y = 0$, unde x este necunoscută și y este parametru real.

Dacă $y = 0$, atunci ecuația admite soluția $x = 0$, iar dacă $y \in \mathbb{R}^*$, atunci avem o ecuație de gradul al II-lea cu

$\Delta = 25 - 64y^2$. Ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă și numai dacă $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow y \in \left[-\frac{5}{8}, \frac{5}{8}\right] \setminus \{0\}$. În

concluzie, ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă $y \in \left[-\frac{5}{8}, \frac{5}{8}\right]$, deci $\text{Im } f = \left[-\frac{5}{8}, \frac{5}{8}\right]$, de unde obținem

că f este mărginită.