

Soluții

1. a) $B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; B^2 = 3B.$

b) $mI_3 + nB = \begin{pmatrix} m+n & n & n \\ n & m+n & n \\ n & n & m+n \end{pmatrix}, n, m+n \in \mathbb{Z}.$

c) $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 + 2b^2 & 2ab + b^2 & 2ab + b^2 \\ 2ab + b^2 & a^2 + 2b^2 & 2ab + b^2 \\ 2ab + b^2 & 2ab + b^2 & a^2 + 2b^2 \end{pmatrix}, a^2 + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0 \Rightarrow 2ab + b^2 = 0 \Rightarrow A = O_3.$

2. a) Prin calcul direct.

b) $f = (X^2 - 7)(X^2 - 5).$ Rădăcinile $\pm\sqrt{5}, \pm\sqrt{7}$ nu sunt întregi.

c) $f = (X - \sqrt{5})(X + \sqrt{5})(X - \sqrt{7})(X + \sqrt{7}).$