

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

- a) Cum $x \circ y = (x - 5)(y - 5) + 5$, atunci $(x \circ y) \circ z = (x - 5)(y - 5)(z - 5) + 5 = x \circ (y \circ z)$.
- b) Folosind definiția elementului neutru ($\exists e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$) se obține $x \circ e = (x - 5)(e - 5) + 5 = x$, adică $(x - 5)(e - 5) = 0$, $\forall x \in \mathbb{Z}$ și deci $e = 5$.
- c) Cum $x \circ (y * z) = (x - 5)(y * z - 5) + 5 = (x - 5)(y + z - 10) + 5$ și $(x \circ y) * (x \circ z) = (x \circ y) + (x \circ z) - 5 = (x - 5)(y - 5) + (x - 5)(z - 5) + 5 = (x - 5)(y + z - 10) + 5$ rezultă că se verifică cerința
- d) Se verifică condițiile din definiția grupului (legea este peste tot definită, este asociativă și comutativă, admite elementul neutru $e = 5$ și orice element $x \in \mathbb{Z}$ admite simetricul $x' = 10 - x \in \mathbb{Z}$).
- e) Se folosesc punctele precedente și se ține cont că legea " \circ " este peste tot definită.
- f) Se obține ecuația $x^2 - 10x + 30 = x^2$, adică $x = 3$.