

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

a) Calcul elementar.

b) Asociativitatea rezultă din  $(x * y) * z = (x - 6)(y - 6)(z - 6) + 6 = x * (y * z)$ .

c) Din definiția elementului neutru ( $\exists e \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x * e = e * x = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ) se obține  $(x - 6)(e - 6) + 6 = x$  și imediat  $e = 7$ .

d) Dacă  $x, y \in G$ , atunci  $(x - 6), (y - 6) \in [-1, 1]$ , deci  $(x - 6)(y - 6) \in [-1, 1]$  și imediat

$x * y = (x - 6)(y - 6) + 6 \in [5, 7]$ , deci  $x * y \in G$ .

e) Din  $x * x = 7$ , rezultă  $(x - 6)^2 = 1$  și atunci  $M = \{5, 7\}$ . Rezultă că  $(M, *)$  este grup cu elementul neutru  $e = 7$  și  $5' = 5$ . (eventual se poate alcătui tabla operației)

f) Cum  $x * y = (x - 6)(y - 6) + 6$ , atunci relația din enunț devine  $(x - 6)(y - 6) = 1$ . Ținând cont că  $x, y \in \mathbb{Z}$

se obțin soluțiile  $\begin{cases} x = 7 \\ y = 7 \end{cases}$  și  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$ .