Soluție

a). $x\in H$ și $y\in H \Rightarrow \begin{cases} x+2\geq 0 \\ y+2\geq 0 \end{cases} \Rightarrow xy+2x+2y+4\geq 0$ se lucrează relația obținută de unde rezultă cerința $x\circ y\geq -2 \Rightarrow x\circ y\in H$

b). Se demonstrează că $(x\circ y)\circ z = x\circ(y\circ z) = 4xyz+8(xz+yz+xy)+16(x+y+z)+30$, $\forall x,y,z\in\mathbb{R}$.

c). Se demonstrează că $\exists e\in\mathbb{R},\ \forall x\in\mathbb{R}$ a. î. $x*e=e*x=x$ și se obține $e=-2$.

d). Se lucrează mulțimea A: $x^2 * 3x = 0 \Rightarrow x^2+3x+2=0 \Rightarrow \Delta_A = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-2 \end{cases} \Rightarrow A=\{-1,-2\}$

Se lucrează mulțimea B: $x\circ x=0 \Rightarrow 2x^2+8x+6=0 \Rightarrow \Delta_B=16 \Rightarrow \begin{cases} x_3=-1 \\ x_4=-3 \end{cases} \Rightarrow B=\{-1\}$

$A\cap B=\{-1\}$.

e). Se lucrează fiecare membru și se obține $(x*1)\circ 2=(x\circ 2)*(1\circ 2)=8x+38, \forall x\in\mathbb{R}$.

f). $a=2x+2$ și $b=2x^2+8x+6$ se înlocuiesc în condiție $m_a<0 \Rightarrow \frac{a+b}{2}<0 \Rightarrow x^2+5x+4<0$

se rezolvă inecuația care a rezultat $x^2+5x+4<0$. În final $x\in(-4,-1)$.