

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1. a) $f'(x) = 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3 \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x > 0$.

b) $d: y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ deci $d: y = 1$.

c) Din studiul semnului derivatei funcției f se deduce că f este descrescătoare pe $(0, 1]$ și crescătoare pe $[1, +\infty)$, de unde rezultă că $f(x) \geq f(1) = -1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

2. a) $F'(x) = 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$ de unde $a = 2$.

b) $\int_0^1 e^x \cdot f_1(x) dx = xe^x \Big|_0^1 = e$.

c) $\int_0^1 f_a^2(x) dx = \int_0^1 (a^2 x^2 + 2ax + 1) dx = \left(a^2 \frac{x^3}{3} + ax^2 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \left[\left(a + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right] \geq \frac{1}{4}$ pentru orice $a \in \mathbb{R}$.