Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Solutie

1a) $f_t^{'}(x)=3x^2+t^2$

b) $f_t^{'}(x)=3x^2+t^2>\mathbf{0}$ pentru orice x real,deci functia este strict crescatoare

c) $\lim\limits_{x\to\infty} f_t(x)=\infty,\ \lim\limits_{x\to-\infty} f_t(x)=-\infty,\ f_t\ continua \Rightarrow f_t\ surjectiva$

cum functia era strict crescatoare,deci injectiva,inseamna ca ea este inversabila

2a) $f(1)=\int_0^1 (t^2+1)\sqrt{t}dt=\frac{20}{21}$

b) $f(x)=\frac{2x^3\sqrt{|x|}}{7}+\frac{2x\sqrt{|x|}}{3},\ deci\ f(-x)=-f(x), adica\ f\ este\ impara$

c)

Conform teoremei luiLagrange exista $c_x\in(x,x+1)\quad a.i.\ f(x+1)-f(x)=f\,'(c_x)=(c_x^2+1)\sqrt{c_x}$

cum $\frac{(x^2+1)\sqrt{x}}{x^2\sqrt{x}}<\frac{(c_x^2+1)\sqrt{c_x}}{x^2\sqrt{x}}<\frac{\left((x+1)^2+1\right)\sqrt{x+1}}{x^2\sqrt{x}}$ rezulta ca limita cautata este 1.