

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) Soluțiile inecuației $2x^2 - 5x + 2 < 0$ sunt $x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right) = A$. Așadar mulțimea este mărginită.

b) Nu există asimptote orizontale. Asimptotă verticală este dreapta de ecuație $x = -2$.

Asimptote oblice: $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x(x+2)} = 2$, $f(x) - 2x = \frac{-9x + 2}{x+2}$, $n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - 2x) = -9$. Asimptota oblică este dreapta de ecuație $y = 2x - 9$.

c) Rezultă că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4a \cdot \frac{f(x)}{x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4a \cdot \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-2)(x+2)}\right) = 8a$. Se obține ecuația $9a^2 - 1 = 8a$ cu soluțiile

$$a \in \left\{-\frac{1}{9}, 1\right\}$$

d) Continuitatea în $x = 0$ conduce la egalitatea $b = f(0)$ sau $b = 1$. Pentru $b = 1$ funcția este continuă în $x = 0$, iar pentru $b \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ funcția nu este continuă în $x = 1$.

e) Funcția este derivabilă și $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x - 12}{(x+2)^2}$.

f) Se obține succesiv: $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x - 12}{(x+2)^2} \leq 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 12 \leq 2(x+2)^2$ sau $-12 \leq 8$.