

Soluție

1. a) $l_s(4) = 4a - 6$, $l_d(4) = 2$ și $f(4) = 2 \Rightarrow 4a - 6 = 2 \Leftrightarrow a = 2$.

b) Pentru $x > 4$: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(9) = \frac{1}{6}$.

c) $f(9) = 3 \Rightarrow A \in G_f \Rightarrow$ ecuația tangentei este: $y - f(9) = f'(9)(x - 9)$

$$\Leftrightarrow y - 3 = \frac{1}{6}(x - 9) .$$

2. a) $f_1(x) = \int_0^x dt = x$.

b) $f_0(x) + f_1(2x) \leq e^{2x} \Leftrightarrow 1 + 2x \leq e^{2x} \Leftrightarrow 1 + 2x - e^{2x} \leq 0$. Atașăm funcția

$h(x) = 1 + 2x - e^{2x}$. Din tabelul de variație $\Rightarrow h$ este descrescătoare pe $[0, \infty)$

și $h(0) = 0 \Rightarrow$ c.c.t.d.

c) $g(x) = f_2(x) = \int_0^x f_1(t) dt = \int_0^x t dt = \frac{x^2}{2} \Rightarrow V = \pi \int_0^1 \frac{x^4}{4} dx = \frac{\pi}{20}$