

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

$$\text{a) } A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + I_3) = 2$$

$$\text{b) } {}^tA = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A + {}^tA = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3 = I_3$$

$$\text{d) } \det(A) \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$$

$$A^3 = I_3 \Rightarrow A^{-1} = A^2$$

$$\text{e) } (A + I_3)(A^2 - A + I_3) = A^3 + I_3$$

$$A^3 + I_3 = 2I_3$$

$$\text{f) } \det(A + pI_3) = \begin{vmatrix} p & 1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ -1 & 0 & p \end{vmatrix} = p^3 + 1$$

$$p^3 + 1 = 0, p \in \mathbb{R} \Leftrightarrow p = -1$$