Soluție

1.a) $\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DQ}$, înlocuind $\overrightarrow{DQ}=\frac{\overrightarrow{DA}}{2}$ obținem $\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{CD}+\frac{\overrightarrow{DA}}{2}$.

b) $\overrightarrow{QM}=\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}=\frac{\overrightarrow{DA}}{2}+\overrightarrow{AC}+\frac{\overrightarrow{CD}}{2}$

$\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}=\frac{\overrightarrow{BA}}{2}+\overrightarrow{AC}+\frac{\overrightarrow{CB}}{2}$

$\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$, rezultă $\overrightarrow{QM}=\overrightarrow{PN}$ deci $QM \parallel PN$.

2.a) Conform teoremei cosinusului $AC^2=AM^2+MC^2-2AM\cdot MC\cdot\cos(\sphericalangle AMC)$, de unde $AC=3\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

b) Conform teoremei cosinusului $AB^2=AM^2+MB^2-2AM\cdot MB\cdot\cos(\sphericalangle AMB)$, de unde $AB=3\sqrt{2-\sqrt{2}}$. Perimetrul triunghiului ABC este $9+3\sqrt{2+\sqrt{2}}+3\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

3.a) Ecuația dreptei BC: $\frac{y-4}{1-4}=\frac{x+3}{2+3}$, adică $BC: 3x+5y-11=0$.

b) $AB=\sqrt{(y_B-y_A)^2+(x_B-x_A)^2}=2\sqrt{2}$.