Soluție:

a) $\int f(x)dx = \int x^4 dx - \int x^3 dx$,deci $\int f(x)dx = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + \mathcal{C}$

b) $\int_0^1 g(x)dx = \int_0^1 2x^2 dx - \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 dx$,de unde $\int_0^1 g(x)dx = \frac{17}{12}$

c) $F'(x) = f(x) > 0, \forall x > 1$, deci F este strict crescătoare pe $(1, \infty)$

d) $\int \frac{f(x)}{x^2} dx = \int \left(x^2 - x\right) dx$,așadar $\int \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \mathcal{C}$

e) $f(x) - g(x) = \left(x^2 - 1\right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) \geq g(x)$ şi integrăm inegalitatea anterioară pe $[n, n+1]$

f) $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{1}{20}$. Căutăm $h(x) = ax$ şi avem $\int_0^1 h(x)dx = \frac{a}{2}$,aşadar un exemplu este $h(x) = -\frac{x}{10}$