

Soluție

1.

a) $a+b, a-b \in \mathbb{Q} \Rightarrow (a+b) + (a-b) \in \mathbb{Q}$ și $(a+b) - (a-b) \in \mathbb{Q} \Rightarrow a, b \in \mathbb{Q}$

b) $\log_a b = \log_b a \Leftrightarrow (\log_a b)^2 = 1 \Leftrightarrow \log_a b = -1$ sau $\log_a b = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{b}$ sau $a = b$

2. $b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \left(b_1 \frac{q^{3n} - 1}{q - 1} - b_1 \frac{q^{2n} - 1}{q - 1} \right) = b_1^2 \left(\frac{q^{2n} - 1}{q - 1} - \frac{q^n - 1}{q - 1} \right)^2 \Leftrightarrow q^{2n} + q^n + 1 - q^n - 1 = q^{2n} \Leftrightarrow 0 = 0$

3. Prin împărțire $\Rightarrow \frac{P_{n-2}}{3} = P_{n-3} \Rightarrow n-2=3 \Rightarrow n=5$ și $3C_{2m}^3 = 8C_{2m}^2 \Rightarrow m=5$.

4.

a) $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x) \quad \forall x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

b) $\text{Im } f = \{-8, -1, 0, 1, 8\}$