

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

a) $A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Determinantul este 1

b) $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^3 = O_3$$

c) $AB = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$BA = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I_3 - B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d) $AB = I_3 - B \Rightarrow AB + B = I_3$
 $(A + I_3)B = I_3$

e) $(I_3 + A^2)(I_3 - A^2) = I_3 - A^4$
 $A^4 = O_3$
Determinantul cerut este 1

f) Ținând cont de punctul b), suma este egală cu $A + 2A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 30 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$