SOLUȚIE:

a) $f'(x)=(2x+1)e^x+(x^2+x)e^x=(x^2+3x+1)e^x$.

b) f are punctele critice $\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$. Punctele de extrem ale graficului funcției au abscisele $\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ a căror sumă este -3.

c)

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+++++++++++++$	0	$-----------$	0	$++++++++++$	
$f(x)$		$\nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow$	M	$\searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow$	m	$\nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow$	

$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}<0$ și $f'(x)>0, \forall x\geq\frac{-3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,\infty)$.

Cum funcția f este continuă, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$ și $f(0)=0$, obținem $f\left([0,\infty)\right)=[0,+\infty)$.

d) Un exemplu ar putea fi $g:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R},\ g(x)=\frac{1}{x}$.

Din conditia $x\neq 0$, domeniul de definiție al funcției g este $\mathbb{R}^*$, care este o mulțime simetrică față de 0

$g(-x)=g(x), \forall x\in\mathbb{R}^* \Rightarrow g$ este funcție impară.

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} g(x)=-\infty,\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=+\infty \Rightarrow g$ nu are limită în $x=0$ iar axa Oy este asimptotă verticală pentru G_g.

e) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f_1(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}(x+2)=4$ și $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f_1(x)=0$.

f) $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \ h(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & , x<2\\ 0+4 & , x\geq 2\end{cases}=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & , x<2\\ 4 & , x\geq 2\end{cases}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} h(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\frac{x^2-4}{x-2}\overset{e)}{=}4;\quad \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} h(x)=4=h(2)\Rightarrow h$ este continuă în $x=2$, deci este continuă pe $\mathbb{R}$.