

Soluție

1.a) $f'(x) = \frac{2-2x^2}{(1+x^2)^2}.$

b) Tabelul de variație al funcției $f \Rightarrow A(-1, -1)$ minim local, $B(1, 1)$ maxim local.

c) Din punctul **b)** $\Rightarrow f(x) \geq -1$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ c.c.t.d.

2.a) $\int_0^1 f(x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{2}.$

b) $\int_{-1}^{10} e^x (x+2) dx = e^x (x+2) \Big|_{-1}^{10} - \int_{-1}^{10} e^x dx = e^x (x+1) \Big|_{-1}^{10} = 11e^{10}.$

c) $V = \pi \int_0^1 (px+2)^2 dx = \pi \int_0^1 (p^2 x^2 + 4px + 4) dx = \pi \left(p^2 \cdot \frac{x^3}{3} + 4p \cdot \frac{x^2}{2} + 4x \right) \Big|_0^1 =$

$= \pi \left(\frac{p^2}{3} + 2p + 4 \right).$ Volumul este minim pentru $p = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{3}} = -3.$