

**Soluție**

1. a)  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$ ,  $\overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{AM}$  și  $\overrightarrow{CN} = 3\overrightarrow{NB} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{NB}$

1. b)  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \Rightarrow 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BN} \Rightarrow$

$$4\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}}{4}$$

2. a) Din teorema sinusurilor în triunghiul  $ABC$  avem:  $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{AC}{\frac{3}{5}} = \frac{AB}{\frac{1}{2}} = 10 \Rightarrow AC = 6$  și

$AB = 5$ . În triunghiul  $ADC$  avem:  $m(\angle ADC) = 90^\circ$  și  $m(\angle C) = 30^\circ \Rightarrow AD = \frac{AC}{2} = 3$ .

2. b) Din triunghiul  $ADC$  avem  $CD = 3\sqrt{3}$ . Din triunghiul  $ADB$   $\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 5 \Rightarrow BD = 4$

$$BC = BD + CD = 4 + 3\sqrt{3} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{3(4 + 3\sqrt{3})}{2}$$

3. a)  $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{2}{3}$ ,  $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = -\frac{3}{2} \Rightarrow m_{AC} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow AC \perp BC$

3. b)  $AC \perp BC \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2}$ .

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = 2\sqrt{13}, \quad BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{2\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}}{2} = 13.$$