

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) Se observă că $x * y = (x + 5)(y + 5) - 5, \forall x, y \in \mathbb{R}$

$$\left. \begin{aligned} x * (-5) &= (x + 5)(-5 + 5) - 5 = -5 \\ (-5) * x &= (-5 + 5)(x + 5) - 5 = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x * (-5) * x = -5, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\left. \begin{aligned} x \in (-5, +\infty) &\Rightarrow x + 5 > 0 \\ y \in (-5, +\infty) &\Rightarrow y + 5 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x + 5)(y + 5) - 5 > -5 \Rightarrow x * y \in (-5, +\infty).$$

c) $(\forall) x \in (-5, +\infty), (\exists) x' = -5 + \frac{1}{x+5} \in (-5, +\infty)$ astfel ca $x * x' = x' * x = -4$.

d) $x * (-5) = (-5) * x = x, (\forall) x \in \mathbb{R}$. Deci $E = \frac{-6}{-2} = 3$.

e) $(\log_2 x) * (\log_3 x) = -5 \Rightarrow (\log_2 x + 5)(\log_3 x + 5) = 0$. Deci $x \in \{32, 243\}$.

f) $x * (-5) * x = -5, (\forall) x \in \mathbb{R}$, deci $(-2008) * (-2007) * \dots * (-5) * \dots * 2008 = -5$.