Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $\int_0^2 f_0(x)dx = \int_0^2 e^x dx = e^x\Big|_0^2 = e^2 - 1$

b) $\int f_n(x)dx = \int\left(e^x + n\cdot x\right)dx = e^x + n\cdot\frac{x^2}{2} + \ell, \ell\in\mathbb{R}$

c) Dacă F este o primitivă a funcției $f_n \Rightarrow F(x)\in\int f_n(x)dx \Leftrightarrow F'(x) = f_n(x)$

$f_n(x) = e^x + n\cdot x > 0, \forall x\in(0,+\infty)$, deoarece $e^x, x, n > 0 \Rightarrow F$ crescătoare $\forall x\in(0,+\infty)$
Deoarece $2<3; 2,3\in(0,+\infty) \Rightarrow F(2) < F(3)$

d) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f_1(x)dx = \int_{\ln 2}^{\ln 3}\left(e^x + x\right)dx = \left(e^x + \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{\ln 2}^{\ln 3} = 1 + \frac{\ln 6\cdot\ln\frac{3}{2}}{2}$

e) Înlocuind și integrand prin părți, avem: $\int_1^e [f_2(\ln x)]dx = \int_1^e\left(e^{\ln x} + 2\ln x\right)dx = \int_1^e\left(x + 2\ln x\right)dx = \frac{e^2+3}{2}$

f) Conform proprietății de aditivitate avem:

$\int_{\ln 1}^{\ln 2} f_0(x)dx + \int_{\ln 2}^{\ln 3} f_0(x)dx + \int_{\ln 3}^{\ln 4} f_0(x)dx + ... + \int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f_0(x)dx = \int_{\ln 1}^{\ln(n+1)} f_0(x)dx = \int_{\ln 1}^{\ln(n+1)} e^x dx = e^{\ln(n+1)} - 1 \Rightarrow$
$n+1-1 = 2008 \Rightarrow n = 2008$