

Soluție

$$1.a. AX = B \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$b. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & a & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 4 - 12 - 2 \Leftrightarrow 3a - 18 = 0 \Leftrightarrow 3a = 18 \Leftrightarrow a = 6.$$

$$c. \text{Rezolvând sistemul obținem } x = \frac{2a-6}{3a-18}, z = \frac{-a+3}{3a-18} \Rightarrow \frac{x}{z} = -2.$$

$$2.a. f(-1) = (-1+1)^{2008} + (-1-1)^{2008} = 2^{2008} \text{ și } f(1) = (1+1)^{2008} + (1-1)^{2008} = 2^{2008} \Rightarrow f(-1) + f(1) = 2^{2009}$$

$$b. a_0 + a_1 + \dots + a_{2008} = f(1) = 2^{2008}.$$

c. Din $f(-1) = 2^{2008}$ și $f(1) = 2^{2008} \Rightarrow f(x) = (x-1) \cdot p + 2^{2008}$ și $f(x) = (x+1) \cdot q + 2^{2008}$ de unde $f(x) - 2^{2008} = (x-1) \cdot p(x)$ și $f(x) - 2^{2008} = (x+1) \cdot q(x)$ de unde $f(x) - 2^{2008} = (x+1)(x-1) \cdot s(x)$ adică restul împărțirii lui f la $X^2 - 1$ este 2^{2008} .