

**Soluție**

1. a)  $\frac{DM}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}}{3}$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}}{3} \quad (1)$$

1. b)  $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{NB} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}}{4} \quad (2)$

Din (1) și (2) rezultă  $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AM} \Rightarrow A, M$  și  $N$  sunt coliniare.

2. a) În triunghiul  $ADC$  avem  $\operatorname{tg}(\sphericalangle ACD) = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AD}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AD = 4$

2. b) În triunghiul  $ADC$  avem  $m(\sphericalangle DAC) = 90^\circ$  și  $m(\sphericalangle ACD) = 30^\circ$ ,  $AD = 4 \Rightarrow CD = 8$ .

În triunghiul  $ABC$  avem  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ ,  $m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ$ ,  $AC = 4\sqrt{3} \Rightarrow BC = AC\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$ .

Din teorema cosinusului în triunghiul  $BDC$  avem:  $\cos(\sphericalangle DCB) = \frac{CD^2 + BC^2 - BD^2}{2CD \cdot BC} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

3. a) Ecuația dreptei  $AB$  este  $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow AB: \frac{y}{x - 3} = \frac{4}{-3} \Rightarrow AB: 4x + 3y - 12 = 0$

3. b)  $d(O, d) = \frac{|4x_O + 3y_O - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5}$ .