

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție :

a) $a=0 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A) = -4$

b) Pentru $a=0$ obținem sistemul
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

Soluția sistemului este $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

c) Înlocuind $x = y = z = \frac{1}{5} \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$

d) $\det(A) = -(a^2 + 4)(a^2 + 1)^2 \Rightarrow \det(A) < 0, \forall a \in \mathbb{R}$

e) Verificând soluția și adunând relațiile obținute $\Rightarrow (a^2 + 4)(t + u + v) = 3$

$$t + u + v = \frac{3}{a^2 + 4}$$

f) $t = \frac{1}{a^2 + 4} > 0, \forall a \in \mathbb{R}$

$$a^2 + 4 \geq 4, \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1}{a^2 + 4} \leq \frac{1}{4}$$