**Soluție**

**1.** Utilizăm proprietățile $\log_2 A + \log_2 B = \log_2 AB, A, B > 0$ şi $\log_2 A - \log_2 B = \log_2 A/B, A, B > 0, B \neq 1$; obținem $\log_2 5 + \log_2 12 - \log_2 30 = \log_2 \frac{5\cdot 12}{30} = \log_2 2 = 1$

**2.** Situarea deasupra axei *OX* implică în orice pereche *(x,f(x))* pe f(x)>0;cum coeficientul lui $x^2$ este pozitiv, impunem $\Delta < 0$, deci $m^2 - 4(m^2+1) < 0, 3m^2 > -4, m^2 \geq 0 > -\frac{4}{3}$, deci pentru orice $m$ real discriminantul este negativ, funcția păstrează semnul + pe tot domeniul de definiție, deci reprezentarea grafică a funcției f este situată deasupra axei OX.

**3.** din condițiile problemei, impunem ca termenul din mijloc să fie medie aritmetică a termenilor alăturați; obținem: $2\cdot(4^a+1) = 2^a + 2^{a+2}$. Notăm $2^a = t > 0$ şi avem $2t^2 + 2 = t + 4t, 2t^2 - 5t + 2 = 0$, ecuație de gradul 2 cu soluțiile $t = 2, t = \frac{1}{2}$, deci $a = 1, a = -1$.

**4.** Condiții de existență şi de sens: $2x+3 \geq 0, x+2 \geq 0$, adică $x \geq -\frac{3}{2}$, obținem prin ridicare la pătrat $x^2 + 4x + 4 = 2x + 3, x^2 + 2x + 1 = 0, (x+1)^2 = 0, x = -1$ ce verifică restricțiile problemei, deci S={-1}.

**5.** AD este diametru al cercului circumscris hexagonului regulat dat, de centru notat O, $\vec{AD} = 2\vec{AO}$. Pe de altă parte, ABOF paralelogram şi din regula paralelogramului, $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$, de unde rezultă egalitatea cerută.

**6.** Avem formulele trigonometrice: $\cos\left(90^\circ - x\right) = \sin x$ şi $\cos\left(180^\circ - x\right) = -\cos x$, obținem proprietatea fundamentală $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, oricare $x \in \left(0^\circ, 90^\circ\right)$.