Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se obține $\lim\limits_{x\to -2}\left(\dfrac{x^2+x+1}{2x+1}-2x\right)=-1+4=3$.

b) Funcția g este derivabilă și $g'(x)=\dfrac{2x^2+2x-1}{(2x+1)^2}$. Ecuația $g'(x)=\dfrac{1}{3}$ se aduce la forma $x^2+x-2=0$ cu soluțiile $x\in\{1,-2\}$.

c) Se obține $[(2x+1)\cdot g(x)]'=(x^2+x+1)'=2x+1$ și egalitatea $2x+1=ax+b$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{-\frac{1}{2}\}$. Rezultă $a=2,\ \text{b}=1$.

d) Derivata funcției h este $h'(x)=1+g'(x)=\dfrac{6x^2+6x}{(2x+1)^2}$, $x\in\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$. Ecuația $h'(x)=0$ are soluția $x=0$.

Se obține tabelul de monotonie:

x	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$	0	$+\ +\ +\ +\ +\ +\ +$
$h(x)$	$\searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow$	m	$\nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow$

e) Funcția este continuă pe intervalele $(-\infty,-1)$, $(-1,1)$, $(1,+\infty)$. Pentru $x=-1$ se obține:
$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} h_1(x)=\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} g(x)=-1$, $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} h_1(x)=\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)=-1$ și $h_1(-1)=-1$.

Pentru $x=1$ se obține: $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} h_1(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)=1$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} h_1(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} g(x)=1$ și $h_1(1)=1$.

Rezultă că funcția este continuă

f) Funcția g trebuie sa admită $y=ax+b$ ca asimptotă oblică. Se obține $m=\dfrac{1}{2}, n=\dfrac{1}{4}$. Asimptota oblică este $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}$. Rezultă că $a=\dfrac{1}{2}$ și $b=\dfrac{1}{4}$