SOLUȚIE:

a) $\lim\limits_{x\to m} f(x) = \lim\limits_{x\to m} g(x) \Leftrightarrow \dfrac{m-4}{m-6} = \dfrac{m-6}{m-4} \Rightarrow m = 5 \in \mathbb{R}$

b) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = \lim\limits_{x\to \infty} g(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = 1 \Rightarrow$ dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă comună a celor două grafice atât spre $+\infty$ cât și spre $-\infty$

c) $f'(x) = -\dfrac{2}{(x-6)^2}$, $g'(x) = \dfrac{2}{(x-4)^2}$ Cum f este descrescătoare pe $(6,\infty)$ iar g este crescătoare pe $(4,\infty) \Rightarrow a = 6$

d) $4f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 20x + 28 = 0$, $3x^2 - 20x + 28 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = \dfrac{14}{3}$

e) Pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{4,6\}$, $f(x) = \dfrac{1}{g(x)}$;

Inecuația $f(x) + g(x) \geq 2$ este echivalentă cu $f(x) + \dfrac{1}{f(x)} \geq 2$

Cum $t + \dfrac{1}{t} \geq 2$, dacă și numai dacă $t > 0$, $f(x) > 0$ conduce la $x \in (-\infty, 4) \cup (6, \infty)$.

f) $f'(4) = -\dfrac{1}{2}$, $g'(6) = \dfrac{1}{2}$ iar $f(4) = g(6) = 0 \Rightarrow d_1 : y = -\dfrac{1}{2}x$ și $d_2 : y = \dfrac{1}{2}x$ Punctul lor de intersecție este $O(0,0)$