

Soluție

1.a) Folosind relația medianei obținem $\overrightarrow{MO} = \frac{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}}{2}, \overrightarrow{MO} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}}{2}.$

Adunând cele două relații obținem $4\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}.$

b) $\vec{v} = (m-1)\left[\vec{a} + (m+1)\vec{b}\right]$

$\vec{v} = (m-1)\vec{u}$, rezultă $m = 2$.

2.a) Cu ajutorul teoremei cosinusului în triunghiul AMC se calculează $\cos(\hat{C}) = \frac{121}{140}$, adică

$AM^2 = AC^2 + MC^2 - 2AC \cdot MC \cdot \cos(\hat{C})$, apoi aplicăm teorema cosinusului în triunghiul ABC

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos(\hat{C})$, obținem $AB = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

b) $AC = \frac{BC}{2} = 5$, conform teoremei lui Pitagora $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$

Petrimetrul triunghiului ABC este $BC+AC+AB=15+5\sqrt{3}$.

3.a) $AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = \sqrt{13}$

Aria pătratului este 13.

b) Diagonala este $AB\sqrt{2} = \sqrt{26}$