

Soluție

1. a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BM} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{BM}}{2} + \overrightarrow{AN}$

1. b) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{NA} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \vec{0} \Rightarrow M, N$ și P sunt coliniare

2. a) Din teorema cosinusului în triunghiul ABC avem: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B \Rightarrow$

$$AC^2 = 64 + 64 + 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 64(2 + \sqrt{2}) \Rightarrow AC = 8\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

2. b) În triunghiul ABD avem $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$ și $m(\sphericalangle ABD) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ADB) = 90^\circ$

$$\Rightarrow AD = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 8}{2} = 16\sqrt{2}$$

3. a) $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1$, $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = 1 \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{BC} = -1 \Rightarrow AB \perp BC$

3. b) $AB \perp BC \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2}$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 4\sqrt{2}, \quad BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 24.$$