Rezolvare

1.a. Rezolvând sistemul $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ x-3y-4=0 \end{cases}$ obținem $A(4,0)$.

b. Aria triunghiului este $\mathcal{A} = \frac{1}{2}|\Delta|$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$. Calculând determinantul

$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 8+0+0-2+4-0=10$ de unde $\mathcal{A} = \frac{1}{2}|\Delta| = \frac{1}{2}\cdot 10 = 5$.

c. $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & a & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 8+0+0-4-4a-0=0 \Leftrightarrow a=1.$

2.a. $\det X = \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & a \end{vmatrix} = a^2 \neq 0$ deoarece $a>0.$

b. Fie $x = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. Avem $A \cdot X = \begin{pmatrix} x+5z & y+5t \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 5x+y \\ z & 5z+t \end{pmatrix} = XA \Rightarrow z=0$ și x = t , deci $x = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$ are forma din enunț.

c. Adunarea matricelor este asociativa și comutativă

Elementul neutru este $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Elementele simetrizabile sunt $-A = \begin{pmatrix} -a & -b \\ 0 & -a \end{pmatrix}$.