

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluii

a) Avem $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{4}$.

b) Avem $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C$. Din $F(2) = 0$ se obține $C = -2$. Deci primitiva este

$$F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 2.$$

c) Cum primitiva este strict crescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$, rezultă inegalitatea cerută.

d) Avem $\int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} dx = -\frac{1}{6}$.

e) Avem $\int_0^a f(x) dx = \frac{a^4}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2} \left(\frac{a^2}{2} - 1 \right)$. De aici se obține $a = \sqrt{2}$.

f) Avem: $\int_0^n f(x) dx + \frac{1}{4} = \frac{n^4}{4} - \frac{n^2}{2} + \frac{1}{4} = \left(\frac{n^2}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0$.