

Soluții

1. a) $a = c = 1, b = 0; 0, 1 \in \mathbb{R}.$

b) $A + B = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 & b_1 + b_2 \\ b_1 + b_2 & c_1 + c_2 \end{pmatrix}.$ Elementele sunt numere reale.

c) $AB - BA = \begin{pmatrix} 0 & a_1b_2 - a_2b_1 + b_1c_2 - b_2c_1 \\ -(a_1b_2 - a_2b_1 + b_1c_2 - b_2c_1) & 0 \end{pmatrix};$

$$\det(AB - BA) = (a_1b_2 - a_2b_1 + b_1c_2 - b_2c_1)^2 \geq 0.$$

2. a) $x * 4 = 10 \Leftrightarrow -2x + 6 = 10 \Leftrightarrow x = -2.$

b) $x * a = a \Leftrightarrow x(2 - a) = 2 - a, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 2.$ Legea este comutativă, deci $a * x = x * a.$

c) Un element al compunerii este $\frac{2008}{1004} = 2.$ Deci $x * 2 * y = 2 * y = 2.$