Soluții

1.a) Avem ca $f_s'(0)=-\frac{3}{4}$ şi $f_d'(0)=\frac{1}{4}$,deci f nu e derivabila in x=0.

b) $f'(x)=\begin{cases} -\frac{e^{-x}(x+3)}{(x+2)^2}, x\in(-\infty,-2)\cup(-2,0) \\ \frac{e^{x}(x+1)}{(x+2)^2}, x\in(0,\infty) \end{cases}$; $x=-3$ este maxim şi $x=0$ este minim.

c) Utilizează şirul lui Rolle:

pentru $m<-e^3\Rightarrow 2$ răd.;

$m=-e^3\Rightarrow 1$ rad($x=-3$);

$m\in\left(-e^3,\frac{1}{2}\right)\Rightarrow 0$ răd.;

$m=\frac{1}{2}\Rightarrow 1$ răd. ($x=0$);

$m>\frac{1}{2}\Rightarrow 2$ răd.

2.a) $I=1-\frac{\pi^2}{8}+\frac{\pi^4}{384}$.

b)Avem ca $g'(x)=\frac{-\sin x}{x}<0,\forall x\in(0,1]$,deci are loc cerita problemei.

c) Deduce ca $\frac{\sin t}{t}\geq 1-\frac{t^2}{6}, t>0$

Integrează relația anterioară între x şi 1 obtine ca $g(x)\geq\frac{17}{18}-x+\frac{x^3}{18}$

Atunci ,limita ceruta $L\geq\frac{17}{18}>0,9$.