Rezolvare

1.Ecuația are soluția $x=-1$ dacă $f(-1)=5 \Leftrightarrow 2m=4 \Leftrightarrow m=2$.

2.a. $f_{\min}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{9-4p}{4}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow 9-4p=1 \Leftrightarrow p=2.$

2.b. $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2) \Leftrightarrow \quad x_1^3+x_2^3=27-9m$ Deci $27-9m=9 \Leftrightarrow 9m=18 \Leftrightarrow m=2$

3.Graficul funcției nu intersectează axa Ox dacă $\Delta<0.$

$\Delta=4(m-1)^2-8(m-1)=4(m-1)(m-3).$

$\Delta<0 \Leftrightarrow m\in(1;3)$,dar $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m=2.$

4.a. Aplicând proprietățile puterii obținem: $2^x\cdot 8+4\cdot 2^{-x}=33.$

Notăm $2^x=t, t>0$ obținem ecuația $8t^2-33t+4=0$ care are soluțiile $t_1=\frac{1}{8}, t_2=4.$

Înlocuind vom avea $x_1=-3, x_2=2 \Rightarrow \mathbb{S}=\{-3;2\}.$

4.b. Condiția de existență este $x>0.$

Aplicând proprietățile logaritmilor obținem: $10x^2+20=100\cdot 0,3x \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x_1=1; x_2=2.$

Cum $1;2\in\mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{S}=\{1;2\}.$