

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Avem $F'(x) = f(x) > 0$, deci orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.

b) Avem $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} f^2(x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$.

c) Rezultă ușor prin ridicare la puterea a doua a ambilor membrii.

d) Avem $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx = \ln 2$.

e) Pentru $y = 1$ în inegalitatea de la punctul c) obținem $\frac{x+1}{2} \geq \sqrt{x}$.

f) Integrând inegalitatea de la punctul e) obținem

$$\int_0^{2008} f(x) dx \leq \int_0^{2008} \frac{x+1}{2} dx = \frac{x^2}{4} \Big|_0^{2008} + \frac{x}{2} \Big|_0^{2008} = \frac{2008^2}{4} + \frac{2008}{2} = 1004 \cdot 1005.$$