

Soluție

1.

a)

$$a, b \in A = \left\{ x + y\sqrt{2} \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ și } x^2 - 2y^2 = 1 \right\}$$

$$\Rightarrow ab = (x + y\sqrt{2})(x_1 + y_1\sqrt{2}) = x \cdot x_1 + 2y \cdot y_1 + (x \cdot y_1 + y \cdot x_1)\sqrt{2} \text{ și}$$

$$(x \cdot x_1 + y \cdot y_1)^2 - 2(x \cdot y_1 + y \cdot x_1)^2 = (x^2 - 2y^2)(x_1^2 - 2y_1^2) = 1 \Rightarrow ab \in A .$$

b) $\log_2 \frac{1}{2} = -1$, $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{2} + \log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{-5}{2}$

2. Reducere la absurd: $n^2 = \frac{(n-1)^2 + (n+1)^2}{2}$ și $0 = 2 \Rightarrow$ contradicție .

3. Scoatem din mulțime cele 2 elemente și formăm din cele 4 elemente rămase toate submulțimile cu 3 elemente $\Rightarrow C_4^3 = 4$ submulțimi .

4.

a) $\text{Im } f = \{3, 4, 6\}$.

b) Există 5 puncte deoarece domeniul are 5 elemente.