Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluții

a) Inecuația $x^2 - ax \le 0$ are mulțimea de soluții $A = [0, a]$ care este mărginită.

b) Se obține $g(x) = \frac{-x^2 - x}{x^2 + 1}$ şi $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2 - x}{x^2 + 1} = -1$. Dreapta $y = -1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ şi $-\infty$. Nu există asimptote verticale şi oblice.

c) Funcția f este derivabilă în $x = a$. Se obține $l = f'(a)$. Deoarece $f'(x) = \frac{ax^2 + 2ax - a^2}{(x^2 + a)^2}$ rezultă că $l = \frac{1}{a+1}$.

d) Se obține că $f'(0) = -1$.

e) Punctul dat $A(-a^2, 1)$ aparține graficului funcției dacă $f(-a^2) = 1$. Se obține soluția acceptabilă $a = 1$, deci rezultă că punctul este $A(-1,1)$ Panta tangentei în punctul A este $m = f'(-1) = \frac{-1}{2}$, iar ecuația tangentei se scrie $y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 1)$.

f) Se obține că $g(x) = (x^2 - ax) \cdot e^x$, $g'(x) = \left((x^2 - ax) \cdot e^x\right)' = e^x[x^2 + (2-a)x - a]$. Pentru ecuația $g'(x) = 0$ rezultă că $\Delta = a^2 + 4 > 0$, deci ecuația are două soluții reale şi distincte $x_1 < x_2$. Deoarece funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = x^2 + (2-a)x - a$, este de gradul doi semnul funcției g' este dat de tabelul:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$g'(x)$		+ + + + + + +	0	− − − − −	0	+ + + + + + + +	

Rezultă că funcția g are două puncte de extrem local.