

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SOLUȚIE:

- a) $f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- b) $f(x) = a \Leftrightarrow x^3 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $f(0) = a$ și $f'(0) = 1$; Ecuația tangentei în punctul de coordonate $(0, a)$ este $y = x + a$.
- c) Din subpunctul b) rezultă că tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă 0 este dreapta $t: y = x + a$; $M(-1, 1) \in t \Rightarrow 1 = -1 + a \Rightarrow a = 2$
- d) $f(-1) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ și f funcție continuă și strict crescătoare $\Rightarrow f([-1, \infty)) = [0, \infty)$
- e) $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} g(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x}{x-2} = -\infty$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} g(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{x}{x-2} = \infty \Rightarrow g$ nu are limită în $x = 2$.
Pentru $x_0 \neq 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = g(x_0) \Rightarrow A = \{2\}$.
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$;
Din e) $\Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} g(x) = -\infty$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} g(x) = \infty \Rightarrow x = 2$ este asimptotă verticală la graficul funcției g .