

Soluție

1.a) Folosind regula triunghiului $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}, \text{ deci } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

b) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$,

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AD}$$

2.a) Calculăm $BC=4$, $AC^2=12$ folosind teorema lui Pitagora în triunghiul AB , iar $CE=\sqrt{13}$ folosind teorema lui Pitagora în triunghiul ACE .

b) $AE=1$, $DE=1$, iar $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \sqrt{3}$ și $P_{\triangle ADE} = AE + DE + AD = 2 + \sqrt{3}$.

3.a) Utilizând formula lungimii dintre două puncte $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$$\text{Obținem } BC^2=72, AC^2=80, AB^2=8.$$

Conform reciprocei teoremei lui Pitagora : $AC^2 = BC^2 + AB^2$. Deci triunghiul ABC este dreptunghic în B .

b) Panta dreptei AC : $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{6-2}{9-21} = -\frac{1}{3}$

Fie h înălțimea din B pe AC . Condiția ca dreapta h să fie perpendiculară pe AC este :

$$m_h m_{AC} = -1, \text{ de unde rezultă } m_h = 3$$

Ecuția dreptei h care trece prin punctul B și este perpendiculară pe AC este:

$$y - y_B = m_h (x - x_B). \text{ Prin înlocuirea coordonatelor punctului } B \text{ și } m_h \text{ rezultă ecuația}$$

$$y = -3x + 6$$