

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) $(x-4)(y-4)+4=xy-4(x+y)+20=x \perp y, \forall x, y \in \mathbb{R}$

b) $x \perp (x+1)=4 \Rightarrow (x-4)(x-3)=0 \Rightarrow x \in \{3, 4\}$

c)

$$\left. \begin{array}{l} x \perp y = (x-4)(y-4)+4 \\ \text{Dar } x, y \in [4, +\infty) \Rightarrow x-4 \geq 0, y-4 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \perp y \geq 4, \forall x, y \in [4, +\infty).$$

d) Se demonstrează că $(x \perp y) \perp z = x \perp (y \perp z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

Dar $(x \perp y) \perp z = [(x-4)(y-4)+4] \perp z = (x-4)(y-4)(z-4)+4$. Analog pentru $x \perp (y \perp z)$.

e) $x \perp 5 = (x-4)(5-4)+4 = x, \forall x \in [4, +\infty)$. Analog $5 \perp x = (5-4)(x-4)+4 = x, \forall x \in [4, +\infty)$

e) Se observă că $x \perp 4 = 4 \perp x = 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Deci $1 \perp 2 \perp 3 \perp 4 \perp 5 = 4$.