

Soluție:

1. $1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$.
2. a) $A(3, 0) \in G_f, \forall m \in \mathbb{R}^* \Leftrightarrow f(3) = 0, \forall m \in \mathbb{R}^*$.
b) Cu $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$, se obține: $\begin{cases} S - P = 1 \\ S = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 6 \\ P = 5 \end{cases} \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow (x, y) \in \{(1, 5), (5, 1)\}$.
3. $-6x^2 + 4x + 1 \geq x - 2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$.
4. a) Condiția de existență: $x \in [1, \infty)$; $3 + \sqrt{x-1} = x + 2 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.
b) Condiția de existență: $x > 1$; $x^{\log_{\sqrt{x}}(x-1)} = 16 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 16 \Rightarrow x \in \{-3, 5\} \cap (1, \infty) = \{5\}$.