

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $\int_0^2 g(x)dx = \int_0^2 (1+x)dx = 4 \Rightarrow \int_0^2 g(x)dx \in \mathbb{Z}$

b) $F(x) = e^x - x - \frac{x^2}{2} + \ell; O(0,0) \in G_{F(x)} \Rightarrow F(0) = 0 \Rightarrow F(x) = e^x - x - \frac{x^2}{2} - 1$

c) Din formule avem $\int_0^1 f(x)dx = \left(e^x - x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = e - \frac{5}{2}$

d) $\int_0^1 [f(-1) \cdot f(0) \cdot f(1) + a] \cdot x^{2008} dx = a \cdot \int_0^1 x^{2008} dx = \frac{a}{2009} \in \mathbb{N} \Rightarrow 2009/a; a \in \mathbb{N}, a \text{ este}$
minim $\Rightarrow a = 2009$

e) Din teorema de medie $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$, pentru că $f' > 0, \forall x > 0 \Rightarrow f$ strict

crescătoare; $m = f(0) = 0 \Rightarrow 0 \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0$

f) $\int_{-1}^1 |x| \cdot f(x)dx = - \int_{-1}^0 x \cdot f(x)dx + \int_0^1 x \cdot f(x)dx$. Integrăm prin părți și din formule $\Rightarrow \int_{-1}^1 |x| \cdot f(x)dx = 1 - \frac{2}{e}$