

Rezolvare

1. a)  $f'(x) = \frac{(2x-1)e^x - (x^2 - x + 1)e^x}{e^{2x}} = \frac{-x^2 + 3x - 2}{e^x}$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$  deci  $y = 0$  este asimptotă orizontală la  $+\infty$ .

c) Din semnul derivatei lui  $f$  obținem că  $f$  este descrescătoare pe  $(-\infty, 1]$ , crescătoare  $[1, 2]$  deci  $f(x) \geq f(1) = \frac{1}{e}$  pentru orice  $x \leq 2$ .

2. a)  $\int f^2(x) dx = \int (x+2) dx = \frac{x^2}{2} + 2x + C$ .

b)  $A(\Gamma_f) = \int_0^1 \sqrt{x+2} dx = \frac{2\sqrt{(x+2)^3}}{3} \Big|_0^1 = \frac{2(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})}{3}$ .

c)  $\int_0^1 x^{2008} \sqrt{x+2} dx \leq \int_0^1 x^{2008} \sqrt{3} dx = \frac{\sqrt{3}}{2009}$ .