

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluție**

a) Prin calcul direct rezultă  $f(x) - x + 1 - \frac{1}{x+1} = 0, x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$  graficul funcției nu are asimptotă orizontală

$y = mx + n$

$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = -1 \Rightarrow y = x - 1$  asimptotă oblică spre  $\pm\infty$

$\left. \begin{array}{l} l_s(-1) = -\infty \\ l_d(-1) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1$  asimptotă verticală

c)  $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}, x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 0$

e)  $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 0$

$x$	$-\infty$			$-2$			$-1$			$0$			$+\infty$		
$f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-	-	0	+	+	+			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$-4$	$\searrow$		$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$		$+\infty$		

$x \in (-\infty, -2] \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$  crescătoare

$x \in [-2, -1) \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$  descrescătoare

$x \in (-1, 0] \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$  descrescătoare

$x \in [0, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$  crescătoare

f)  $g(x) = \begin{cases} -x + 4, & x \leq 3 \\ 2x - 5, & x > 3 \end{cases}$

$l_s(3) = \lim_{x \nearrow 3} (-x + 4) = 1$

$l_d(3) = \lim_{x \searrow 3} (2x - 5) = 1$

$g(3) = 1$

$\Rightarrow g$  este continuă pe  $\mathbb{R}$ .