

Soluție

1.

a) $\frac{6n+5}{3n+1} = 2 + \frac{3}{3n+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3n+1 \mid 3 \Leftrightarrow n=0$.

b) $\lg 56 = \lg 8 + \lg 7 \Rightarrow \lg 56 = 3 \lg 2 + \lg 7 = 3a + b$.

2. $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \frac{1}{\sqrt{a_4} + \sqrt{a_5}} = \frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{r} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}}{r} + \frac{\sqrt{a_4} - \sqrt{a_3}}{r} + \frac{\sqrt{a_5} - \sqrt{a_4}}{r}$ rezultă
 $\frac{1}{r}(\sqrt{a_5} - \sqrt{a_1}) = \frac{1}{r}(\sqrt{a_1 + 4r} - \sqrt{a_1})$.

3. $E = \frac{C_n^k - C_{n-2}^k - C_{n-2}^{k-2}}{C_{n-2}^{k-1}} = \frac{C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} - C_{n-2}^k - C_{n-2}^{k-2}}{C_{n-2}^{k-1}}$ și după calcule $E = 2$.

4.

a) $|x| = x^2 \Leftrightarrow |x|(|x| - 1) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 0, 1\} \Rightarrow \text{Im } f = \{-1, 0, 1\}$.

b) $-1 < 0 < 1$ și $f(-1) < f(0) < f(1) \Rightarrow f$ este strict crescătoare .