

Soluție:

1. $-1 \leq x \leq 1$ și f strict descrescătoare $\Rightarrow f(-1) \geq f(x) \geq f(1) \Rightarrow -\frac{5}{6} \leq f(x) \leq \frac{13}{6} \Rightarrow f(I) = \left[-\frac{5}{6}, \frac{13}{6}\right]$.
2. a) $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ și $b=1 \Rightarrow a=-1$.
b) $G_f \cap Oy = \{A(0, 2)\}$; $G_f \cap Ox = \{B(-1, 0), C(2, 0)\}$; $V\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$; tabelul de variație; trasarea graficului.
3. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow \Delta = 4m^2 + 4(-3m + 2) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 < 0 \Rightarrow m \in (1, 2)$.
4. a) $\sqrt[3]{x+6} - \sqrt[3]{x-1} = 1 \Leftrightarrow x+6 - x+1 - 3\sqrt[3]{x^2+5x-6} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow x \in \{-7; 2\}$.
b) $\log_{2^{x+1}} 0,5 = 1 \Leftrightarrow 2^{-1} = 2^{x+1} \Leftrightarrow x+1 = -1 \Leftrightarrow x = -2$.