Soluție:

1. a) $\det(A) = 4$.

b) Se arată prin calcul direct.

c) $A \neq 0_4 \Leftrightarrow$ cel puțin unul dintre numerele $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ este nenul $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \neq 0$. Folosind unicitatea inversei, deducem că $A^{-1} = \frac{1}{\alpha} \cdot A^t$.

2. a) $|a| = |-a| = |x_1 + x_2 + x_3| \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| \leq 3$.

b) $f(0) = c < 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

Funcția polinomială asociată lui f este continuă pe $(0, \infty)$, deci ea (şi polinomul f) are cel puțin o rădăcină în $(0, \infty)$.

c) $x_1 x_2 x_3 = 1$, de unde rezultă $|x_1| = |x_2| = |x_3| = 1$.

Deoarece $c = -1 < 0$, din punctul **b)** rezultă că f are rădăcina $x_1 \in (0, \infty)$.

Cum $|x_1| = 1$, obținem $x_1 = 1$.

Folosind relațiile lui Viète, obținem $x_2 = x_3 = -1$ şi apoi $b = -1$.