

Soluție

1. Din ipoteză avem $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -3x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2]$.

2. a) Dreapta $x = -\frac{b}{2a}$ este axa de simetrie, deci $f\left(-\frac{b}{2a} + x\right) = f\left(-\frac{b}{2a} - x\right), \forall x \in \mathbb{R}$

În cazul nostru, ecuația axei de simetrie este $x = 2$ Prin urmare avem

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{15}{4}\right), f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right) \Rightarrow A = 0$$

b) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$, cum $x_1 + x_2 = 4; x_1 \cdot x_2 = m \Rightarrow 8 = 16 - 2m \Leftrightarrow m = 4$

3. Coordonatele vârfului sunt $x_v = -\frac{b}{2a}; y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, dar $\Delta = b^2 - 4ac = -8a + 4$

Inlocuind obținem $x = a - 1; y = 2a - 1$ și eliminând pe a se obține ecuația dreptei pe care se află vârful parabolei și anume $y = 2x + 1$

4. a) Se notează $2^x = t > 0 \Rightarrow 2t^2 - 17t + 8 = 0 \Rightarrow t_1 = 8, t_2 = \frac{1}{2}$, deci. $x_1 = 3, x_2 = -1 \Rightarrow x = -1$

b) Amplificând cu conjugatele numitorilor și adunând obținem $B = \sqrt[3]{4} - 1$, deci $x = B \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4} - 1$