

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $16x^2 \geq (x^2 + 4)^2$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$; $(x^2 - 4)^2 \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) f continuă, $f \geq 0$ pe $[0, 1]$; $aria(\Gamma_f) = \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)\Big|_0^1 = \frac{4}{3}$.

c) $\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x\right)\Big|_0^n \leq \left(\frac{n}{2}x^2 - 4x\right)\Big|_0^2$; $n = 4$.

d) $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$; $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = 2\sqrt{x} - \ln x + C$, $C \in \mathbb{R}$; $F(1) = 1$ rezultă $C = -1$;

$$F(x) = 2\sqrt{x} - \ln x - 1.$$

e) $f, g: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$, $g(x) = \frac{x^2 + 4}{16x}$; continue pe $[1, e]$, $f \leq g$; $\int_1^e \frac{x}{x^2 + 4} dx \leq \int_1^e \frac{x^2 + 4}{16x} dx = \frac{e^2 + 7}{32}$.

f) $I = -\int_1^e (\ln x - 1) dx + \int_e^{e^2} (\ln x - 1) dx = 2(e - 1)$.