

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

$$\text{a) } F(x) = \int f(x)dx = \int \sqrt{x}dx = \int x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + \ell; O(0,0) \in G_{F(x)} \Rightarrow F(0) = 0 \Rightarrow \ell = 0 \Rightarrow$$

$$F(x) = \frac{2x\sqrt{x}}{3}$$

$$\text{b) } \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \sqrt{x}dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{c) } (f(x)-1)(f(x)+1) = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = x-1 \Rightarrow \int_0^2 (f(x)-1)(f(x)+1)dx = \int_0^2 (x-1)dx = \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = 0$$

$$\text{d) } \int_1^n f(x^2)dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^n = \frac{n^2-1}{2} \Rightarrow \frac{n^2-1}{2} = 24 \Rightarrow n_{1,2} = \pm 7; n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 7$$

$$\text{e) } V_f = \pi \cdot \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{x}^2 dx = \pi \cdot \int_{\frac{1}{2}}^2 x dx = \pi \cdot \left( \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{15\pi}{8}$$

$$\text{f) } \sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \leq x+1 \Leftrightarrow 0 \leq (\sqrt{x}-1)^2; \text{ p\^atratul oric\^arui num\^ar real este pozitiv}$$

Aplic\^am teorema de monotonie:

$$f(x) \geq g(x), \forall x \in [u; v] \Rightarrow \int_u^v f(x)dx \geq \int_u^v g(x)dx \Rightarrow \int_1^{2008} f(x)dx \leq \int_1^{2008} \frac{x+1}{2} dx$$