Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. f este strict descrescătoare $\Leftrightarrow -(a-3)<0 \quad \Leftrightarrow \quad a>3 \quad \Leftrightarrow \quad a\in(3,\infty)$

2a) Dreapta de ecuație $y=x+a$ este tangentă la graficul funcției $f(x)=x^2-3x+2$, este echivalent cu faptul că sistemul format din cele ecuații admite numai soluția unică.
Ecuația $x^2-3x+2=x+a$ admite soluție unică $\Leftrightarrow$ $\Delta=0$. Se obține $a=2$

2b) $S=4(0+1+2+...+50)-1\cdot 51=4\cdot\dfrac{50\cdot 51}{2}-51=2\cdot 50\cdot 51-51=5049$

3. Coordonatele vârfului parabolei sunt $V(x_v,y_v)=V(1,3)$. Se obține sistemul

$$\begin{cases} x_v=1 \\ y_v=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{m}{2}=1 \\ -\dfrac{m^2-4n}{4}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=4 \end{cases} \Leftrightarrow f(x)=x^2-2x-4$$

4a) $9\cdot\sqrt{4^x}=4\cdot\sqrt{9^x} \Leftrightarrow 9\cdot 4^{\frac{x}{2}}=4\cdot 9^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow \left(\dfrac{4}{9}\right)^{\frac{x}{2}}=\dfrac{4}{9} \Leftrightarrow x=2$

4b). Se notează $\log_2 x=t$. Se obține ecuația $t^2-t-6=0 \Leftrightarrow t_{1,2}=\{-2,3\}$. Rezultă $x_{1,2}=\left\{\dfrac{1}{4};8\right\}$. Soluțiile verifică ecuația dată..