

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

a) $A^2 = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 16 & 8 \end{pmatrix}$
 $A^2 - A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$

b) $\det A = 0$
 $\det(3A) = 36 - 36 = 0$
Suma este 0

c) Calcul direct

d) $\det X = ad - bc \Rightarrow ad - bc = 0$
Înlocuim în relația de la punctul c)

e) $X^2 = B \Rightarrow \det(X^2) = \det B$
 $\det(X^2) = (\det X)^2$
 $(\det X)^2 = 0 \Rightarrow \det X = 0$

f) $X^2 = A$ și $\det A = 0 \Rightarrow \det X = 0$
 $\det X = 0 \Rightarrow X^2 = (a+d) \cdot X$

$$(a+d) \cdot X = A \Rightarrow \begin{cases} a(a+d) = 2 \\ b(a+d) = 1 \\ c(a+d) = 4 \\ d(a+d) = 2 \end{cases}$$

Adunând prima și ultima ecuație rezultă $a+d \in \{2; -2\}$

$$a+d=2 \Rightarrow a=1, b=\frac{1}{2}, c=2, d=1$$

$$a+d=2 \Rightarrow a=1, b=\frac{1}{2}, c=2, d=1$$

$$a+d=-2 \Rightarrow a=-1, b=-\frac{1}{2}, c=-2, d=-1$$