

Soluție

1.

a) Presupunem $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \Rightarrow x_1 = x_1^3, x_2 = x_2^3, x_3 = x_3^3 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$.

b)
$$\frac{\log_2 \frac{4}{5} + \log_4 25}{\log_5 \sqrt{5}} = \frac{\log_2 2^2 - \log_2 5 + \frac{1}{2} \log_2 5^2}{\frac{1}{2} \log_5 5} \Rightarrow \frac{2 - \log_2 5 + \log_2 5}{\frac{1}{2}} = 4 \in \mathbb{N}.$$

2. $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2006} = \frac{2^{2007} - 1}{2 - 1} = 2^{2007} - 1 = (2^4)^{501} \cdot 2^3 - 1$ care are ultima cifră 7 deci nu poate fi pătrat perfect .

3. $A_x^1 + A_{x+1}^2 \leq 15 \Leftrightarrow x + (x+1)x \leq 15 \Leftrightarrow x(x+2) \leq 15 \Leftrightarrow x \in \{1, 2, 3\}$

4.

a) $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$, $f(x) = x$, respectiv $f_1(3) = 1, f_1(2) = 2, f_1(1) = 3$.

b) $g(1) = 1, g(2) = 2$ și $g(3) \in \{1, 2, 3\}$

$$g(1) = 1, g(2) = 3, g(3) \in \{1, 2, 3\}$$

$$g(1) = 2, g(2) = 3, g(3) \in \{1, 2, 3\}$$

Numărul funcțiilor care verifică $g(1) < g(2)$ este 9.