

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) Avem ca $f'(x) = \frac{36 \cdot x^2 - 1}{x}, x > 0 \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $\left(0, \frac{1}{6}\right]$ și strict crescătoare pe $\left[\frac{1}{6}, \infty\right)$.

b) Din a) avem ca $f(x) \geq f\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \ln 6, \forall x > 0$, deci $a \in \left(-\infty, \frac{1}{2} + \ln 6\right]$

c) Deoarece $\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, utilizând a) avem ca pentru $m < \frac{1}{2} + \ln 6 = m_0$ ec. are 0 rădăcini reale, pentru $m = m_0$ ec. are o rădăcină reală, iar pentru $m > m_0$ ec. are două rădăcini reale.

2.a) Funcția este continuă deci are primitive.

Dacă F este o primitivă pentru f_a , atunci $F'(x) = f_a(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Asadar funcția F este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

b) Avem ca $\int_0^3 \frac{1}{|x-2|+3} dx = \int_0^2 \frac{1}{5-x} dx + \int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{20}{9}$.

c) Avem: $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 f_a(x) dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 \frac{1}{a-x+3} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \ln \frac{a+3}{a} = 0$.