

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{f(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\left(\frac{1}{e}\right)^{2x} = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ deci funcția nu are asimptote oblice spre $-\infty$.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asimptotă orizontală spre ∞ .

Funcția este continuă pe \mathbb{R} , nu are asimptote verticale.

Graficul funcției admite o asimptotă.

c) $f'(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x (1-x)$.

d) $f'(x) > 0, \forall x > 1$.

e) Tabelul de variație este:

x	$-\infty$	1	∞
$f'(x)$	++++++	0	-----
$f(x)$	$-\infty$ ↗ ↗ ↗ ↗ ↗	$\frac{1}{e}$	↘ ↘ ↘ ↘ ↘ 0

Din tabel rezultă $a = \frac{1}{e}$.

f) $f(x) \leq \frac{1}{e}, \forall x \in \mathbb{R}$, $\ln 3 > 1 > \frac{1}{e}$ ecuația nu are soluții reale.