

**Soluție**

1. a)  $O$  mijlocul diagonalelor  $\Rightarrow AC = 2AO$

$\overrightarrow{AO}$  și  $\overrightarrow{AC}$  au aceeași direcție și orientare  $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$

1. b)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

2. a)  $m(\sphericalangle ACB) = 180^\circ - m(\sphericalangle ABC) - m(\sphericalangle CAB) \Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ$  și  $m(\sphericalangle CAB) = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 75^\circ$ .

2. b) Dacă  $D$  este piciorul înălțimii din  $C$ , atunci  $m(\sphericalangle ACD) = 45^\circ$ , deci triunghiul  $ACD$  este dreptunghic

și isoscel  $\Rightarrow AD = CD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{3}$

În triunghiul dreptunghic  $BDC$  avem  $m(\sphericalangle DBC) = 60^\circ \Rightarrow BD = \frac{CD}{\sqrt{3}} = 5$ .

$$AB = AD + DB = 5(1 + \sqrt{3})$$

3. a)  $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5}{3}$ ,  $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -\frac{3}{5} \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow AB \perp AC$

3. b)  $AB \perp AC \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2}$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} \text{ și } AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{34}{2} = 17$$