Rezolvare

1. a) $f'(x)=\dfrac{(2x-1)\left(x^2+x+1\right)-\left(x^2-x+1\right)(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2}=\dfrac{2x^2-2}{\left(x^2+x+1\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1$ deci $y=1$ este asimptotă orizontală către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

c) Din studiul semnului derivatei lui f se obține că f este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$ deci $f\left(\sqrt[3]{2007}\right)\le f\left(\sqrt[3]{2008}\right)$.

2. a) $\int f'(x)dx=\ln x+\boldsymbol{C}$.

b) $A\left(\Gamma_f\right)=\int\limits_1^e \ln x dx=\left(x\ln x-x\right)\Big|_1^e=1$.

c) $\ln x\le 1$ pentru orice $x\in[1,e]$ deci $e^x\cdot\ln x\le e^x$ pentru orice $x\in[1,e]$ şi atunci $\int\limits_1^e e^x f(x)dx\le\int\limits_1^e e^x=e^e-e$