

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se obține $f(x) + g(x) = 2x^2 \ln x$ și $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 \ln x) = 0$.

b) Se obține: $\lim_{x \rightarrow 2e} \frac{(x^2 - ex) \cdot \ln x}{(x^2 + ex) \cdot \ln x} = \lim_{x \rightarrow 2e} \frac{x - e}{x + e} = \frac{1}{3}$.

c) Rezultă că $h(x) = \frac{(x^2 - ax) \cdot \ln x}{(x + 1) \cdot \ln x} = \frac{x^2 - ax}{x + 1}$. Se obține $m = 1$, $h(x) - mx = \frac{x^2 - ax}{x + 1} - x = \frac{-ax - x}{x + 1}$ și

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-ax - x}{x + 1} = -a - 1$. Din condiția $n = -a - 1 = -3$ rezultă că $a = 2$.

d) Funcția f este derivabilă și $f'(x) = (2x - a) \ln x + (x - a)$. Rezultă că $f'(a) = a \ln a$. Ecuația $a \ln a = 0$ are soluția $a = 1$.

e) Se obține $f(x) = x^2 \ln x$. Ecuația $x^2 \ln x = 0$ are soluția $x = 1$. Tabelul de semn este:

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	- - - - -	0	+ + + + +

f) Se obține că $t(x) = \frac{(x^2 - 27x) \cdot \ln x}{\ln x} = x^2 - 27x$, $t'(x) = 2x - 27$. Ecuația $2x - 27 = 0$ are soluția $x = 13,2$.

Se obține tabloul de monotonie

x	0	1	13,2	$+\infty$
$t'(x)$	- - -	- - -	0	+ + + + +
$t(x)$	$\searrow \searrow$	$\searrow \searrow$	m	$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$