Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) f este primitivă a unei funcții $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dacă $f(x)=\int h(x)dx \Leftrightarrow f'(x)=h(x)\Rightarrow$

$f'(x)=\left(ax^2+bx+c\right)'=2ax+b\Rightarrow$ funcția h este $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $h(x)=2ax+b$

b) $F(x)=\int f(x)dx=\int\left(ax^2+bx+c\right)dx=a\cdot\frac{x^3}{3}+b\cdot\frac{x^2}{2}+cx+\ell; O(0,0)\in G_{F(x)}\Rightarrow F(0)=0\Rightarrow \ell=0\Rightarrow$

$F(x)=a\cdot\frac{x^3}{3}+b\cdot\frac{x^2}{2}+cx$

c) g poate fi primitivă a funcției $f \Leftrightarrow g(x)=\int f(x)dx \Leftrightarrow g'(x)=f(x), \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$

$3(b+c)x^2+2(c+a)x+(a+b)=ax^2+bx+c, \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow a=b=c=0$

Din ipoteză $a\neq 0\Rightarrow g$ nu poate fi primitivă a funcției f

d) $\int_{-1}^{1} f(x)dx=\int_{-1}^{1}\left(-x^2+2x+3\right)dx=\left.\left(-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right)\right|_{-1}^{1}=\frac{16}{3}$

e) $\int_{e^{-\frac{1}{2}}}^{e^2}\frac{x-2}{f(x)-3}dx=\int_{e^{-\frac{1}{2}}}^{e^2}\frac{x-2}{-x^2+2x+3-3}dx=\int_{e^{-\frac{1}{2}}}^{e^2}\frac{x-2}{-x^2+2x}dx=-\int_{e^{-\frac{1}{2}}}^{e^2}\frac{1}{x}dx=-\ln|x|\Big|_{e^{-\frac{1}{2}}}^{e^2}=-\frac{5}{2}$

f) $g(x)+g(-x)=\left(5x^3+2x^2+x+4\right)+\left(5(-x)^3+2(-x)^2+(-x)+4\right)=4x^2+8\Rightarrow$

$\int_{-1}^{1}[g(x)+g(-x)]dx=\int_{-1}^{1}\left(4x^2+8\right)dx=4\left.\frac{x^3}{3}\right|_{-1}^{1}+8x\Big|_{-1}^{1}=\frac{56}{3}$