

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

**1.a.**  $f'(x) = e^x + e^{-x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 2$

**b.**  $f'(x) = e^x + e^{-x} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$  crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

**c.** Avem funcția  $g(x) = 2e^{-x}$ . Atunci  $S = 2(1 + e^{-1} + e^{-2} + \dots + e^{-2008}) = 2 \frac{e^{-2009} - 1}{e^{-1} - 1} = 2 \frac{e^{2009} - 1}{e^{2008}(e - 1)}$ .

**2.a.**  $F$  derivabilă pe  $\mathbb{R}$  și  $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$  este primitivă pentru  $f$ .

**b.**  $\text{Aria} \Gamma_f = \int_0^1 f(x) dx = F(x) \Big|_0^1 = (x-1)e^x \Big|_0^1 = 1$

**c.**  $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - [f'(t)]^2}{f^2(t)} dt = \int_1^x \left( \frac{f'(t)}{f(t)} \right)' dt = \left( \frac{f'}{f} \right)(t) \Big|_1^x = \frac{t+1}{t} \Big|_1^x = \frac{x+1}{x} - 2$ , unde  $f'(x) = (x+1)e^x$ .