

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = f'(1) = 0$.

c) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \infty$, $x = 0$ asimptotă verticală la dreapta.

d) Rezolvăm ecuația $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ și alcătuim tabelul de variație.

x	0	1	∞
$f'(x)$	-----0++++++		
$f(x)$	$\searrow \searrow \searrow \searrow \searrow \searrow \searrow 1 + e^{2008} \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$		

e) Din tabelul de variație avem că $f(x) \geq 1, \forall x \in (0, \infty)$, deci $a = 1 + e^{2008}$.

f) Fie d dreapta tangentă la grafic în $T(x_0, y_0)$ și $(d_1): y = -x$.

Dreptele d și d_1 sunt paralele dacă pantele lor sunt egale.

$$m_1 = -1 = m = f'(x_0)$$

$$1 - \frac{1}{x_0} = -1 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}$$

$$T\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \ln 2 + e^{2008}\right) \text{ este punctul căutat.}$$