Soluție

1. $\log_5 18 - \log_5 2 = \log_5 \frac{18}{2} = \log_5 9 = 2\log_5 3$, deci $\frac{\log_5 18 - \log_5 2}{\log_5 3} = \frac{2 \cdot \log_5 3}{\log_5 3} = 2$.

2. $(g+h)(x) = g(x) + h(x) = 5x + 5 = 5(x+1) = 5f(x)$, $f(x) \cdot [(g(x) + h(x)] = f(x) \cdot 5f(x) = 5f^2(x)$;
$f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot h(x) = f(x) \cdot 2 \cdot f(x) + f(x) \cdot 3 \cdot f(x) = 5f^2(x)$, deci relația se verifică.

3. Cum $4^x = (2^2)^x = 2^x$, din egalitatea dată obținem $2^{3x} = 8 = 2^3$ şi din injectivitatea funcției exponențiale rezultă x=1.

4. Problemă echivalentă cu a număra toate funcțiile injective $f:\{a,b,c,d\} \to \{1,2,3,4\}$, deci $P_4 = 4! = 24$.

5. Din condiția mijlocului unui segment, obținem egalitatea: $5 = \frac{m^2 - 1 + 2}{2}, 10 = m^2 + 1, m^2 = 9, m = 3$ sau $m = -3$

6. Aplicăm regula triunghiului pentru adunarea vectorilor şi proprietatea: două segmente orientate sunt egale sau opuse dacă şi numai dacă cele 4 puncte ce determină segmentele orientate formează un paralelogram (eventual degenerat). În cazul de față, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$. Cum am obținut vectori egali A,B,C,D sunt vârfuri în patrulater, deci necoliniare, rezultă ținând cont şi de sensurile vectorilor că ABCD paralelogram.