

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

- a) Graficul funcției f este tangent axei $Ox \Rightarrow$ ecuația $f(x) = 0$ are o singură soluție

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + m = 0 \text{ are o soluție dacă } \Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4m = 0 \Rightarrow m = 1.$$

- b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală spre $\pm\infty \Rightarrow$ graficul funcției f nu are asimptotă oblică

$$\left. \begin{array}{l} l_s(2) = +\infty \\ l_d(2) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2 \text{ asimptotă verticală}$$

$$\left. \begin{array}{l} l_s(4) = -\infty \\ l_d(4) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 4 \text{ asimptotă verticală}$$

c) $f'(x) = \frac{2(x-1)(5-2x)}{(x^2-6x+8)^2}, x \in \mathbb{R} - \{2, 4\}.$

d) $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2}$

x	$-\infty$	1	2	$\frac{5}{2}$	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	- 0 +	+	+	0	- -

$$f(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \text{ punct de minim local}$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = -3 \Rightarrow \left(\frac{5}{2}, -3\right) \text{ punct de maxim local}$$

e) $x \in (-\infty, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ descrescătoare

$$x \in [1, 2) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f \text{ crescătoare}$$

$$x \in \left(2, \frac{5}{2}\right] \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f \text{ crescătoare}$$

$$x \in \left[\frac{5}{2}, 4\right) \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f \text{ descrescătoare}$$

$$x \in (4, +\infty) \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow f \text{ strict descrescătoare}$$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)(x-2)} = 3.$