

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare:

1. $4^x - 32 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 32 \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^5 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}.$

2. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 1; b_1 = \frac{2}{3}; q = \sqrt{3}; b_4 = b_1 \cdot q^3; b_4 = \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{3})^3 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3};$

3. $n^2 - 5n + 4 < 0 \Leftrightarrow n \in (1, 4);$ Elementele 2 și 3 din mulțime aparțin intervalului $(1, 4); p = \frac{2}{5}.$

4. Axa de simetrie a parabolei este dreapta: $x = -\frac{b}{2a};$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{2m-1}{2m} \\ \text{Dar } x = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2m-1}{2m} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 6m-3=4m \Leftrightarrow 2m=3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

5. Vectorii sunt coliniari dacă $(\exists) \alpha \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\vec{r}_1 = \alpha \cdot \vec{r}_2;$

$$3 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j} = \alpha (-2 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) \Leftrightarrow 3 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j} = -2\alpha \cdot \vec{i} + 4\alpha \cdot \vec{j} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3 = -2\alpha \\ 5 = 4\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{3}{2} \\ \alpha = \frac{5}{4} \end{cases} \text{ Fals} \Rightarrow \text{nu exista } \alpha \in \mathbb{R}^* \text{ astfel încât vectorii să fie coliniari.}$$

6. Se aplică în $\triangle ABC$ teorema sinusurilor: $b = \frac{a \sin B}{\sin A}; c = \frac{a \sin C}{\sin A};$ Înlocuind în relația $b + c = 2a,$ obținem concluzia problemei.