Soluții

a) Ecuația $f(x)=a$ este $x^3+3x=0$. Se obține $x(x^2+3)=0$ și rezultă $x\in\{0\}=A$, deci A este mulțime mărginită.

b) Caz de nedeterminare $\frac{0}{0}$. $l=\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3+a+3-f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{3-3x}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{-3(x-1)}{x-1}=-3$.

c) Se obține : $f(0-0)=2$ și $f(0+0)=f(0)=a$. Rezultă că funcția este continuă în $x=0$ dacă și numai dacă $a=2$.

d) Funcția este derivabilă și $f'(x)=3x^2+3$, $x\in\mathbb{R}$. Se obține că $f'(0)=3$, $f'(a)=3a^2+3$. Rezultă ecuația $3a^2+6=9$ cu soluțiile $a\in\{-1,1\}$.

e) Ecuația $f'(x)=0$ are nu are soluții reale și $f'(x)>0$. Funcția este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

f) Punctul $A(a,8a)$ aparține graficului funcției dacă $f(a)=8a.$ Rezultă ecuația $a^3+3a+a=8a$ cu soluțiile $a\in\{-2,0,2\}$. Soluția acceptabilă $a=2$.

Pentru $a=2$ punctul de tangență este $A(2,16)$, iar $f(x)=x^3+3x+2$. Panta tangentei este $m=f'(2)=15$, iar ecuația tangentei este $y=15x-14$.