Soluție.

1. a) Dacă negăm propoziția dată obținem propoziția "$(\exists y)\ (\forall x)\ 2x-y\neq 15$". Este evident că pentru $y=2\in\mathbb{Z}$, avem că $2x-2\neq 15$ pentru orice $x\in\mathbb{Z}$, deci negația propoziției date este adevărată, de unde obținem că propoziția dată inițial "$(\forall y)\ (\exists x)\ p(x;y)$" este falsă.

b) Avem că $a=63^7<64^7=2^{42}$ şi $b=\left(2^7+1\right)^7>\left(2^7\right)^7=2^{49}$, deci $a<b$.

2. Dacă q este rația progresiei avem că $b_1\left(1-q^4\right)=21$ şi $b_1\left(1-q^2\right)=14$, de unde obținem $1+q^2=\frac{21}{14}\Leftrightarrow q^2=\frac{1}{2}$ şi $b_1=28$. În final, $b_7=b_1\cdot q^6=28\cdot\frac{1}{8}=\frac{7}{2}$.

3. Avem 3 numere care se pot forma folosind o singură cifră, şi anume, 111, 222, 333. Dacă se folosesc numai două cifre distincte *a* şi *b*, atunci cu ele se pot forma 6 numere, şi anume, $\overline{baa}, \overline{aba}, \overline{aab}, \overline{abb}, \overline{bab}, \overline{bba}$. Prin urmare, avem $C_3^2\cdot 6=18$ numere care se pot forma folosind numai două cifre distincte. Dacă se folosesc toate cifrele, atunci obținem $3!=6$ numere. Prin urmare, numărul numerelor de 3 cifre care se pot scrie, în baza 10, numai cu cifrele 1, 2 şi 3 este egal cu $3+18+6=27$.

4. a) Avem că $f(-x)=|2(-x)-1|+|2(-x)+1|=|-(2x+1)|+|-(2x-1)|=|2x+1|+|2x-1|=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, de unde rezultă că f este pară.

b) Folosind inegalitatea $|a\pm b|\leq|a|+|b|$ pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$ obținem $f(x)=|2x-1|+|2x+1|\geq|(2x-1)-(2x+1)|=2$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ şi $f(0)=2$. Deci, $a=2$.