

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SOLUȚIE:

a) $P(1, \alpha) \in G_f \Rightarrow f(1) = \alpha \Leftrightarrow \frac{2}{1} + 2 = \alpha \Rightarrow \alpha = 4$

b) $P(1, 4)$ este punctul de tangență $\Rightarrow t: y - f(1) = f'(1)(x - 1)$.

Cum $f'(x) = -\frac{2}{x^2} \Rightarrow f'(1) = -2 \Rightarrow$ tangenta în P la G_f este $t: y = -2x + 6$.

c) $t \cap Ox = \{Q(\beta, 0)\} \Leftrightarrow -2\beta + 6 = 0 \Leftrightarrow \beta = 3 \Rightarrow$ punctul de intersecție este $Q(3, 0)$

d) Un exemplu ar putea fi $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

Domeniul de definiție al funcției h este \mathbb{R} pentru că $x^2 + 1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției h .

e) $g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = e^x - x - 1; g'(x) = e^x - 1$.

$x > 0 \Rightarrow e^x > 1 \Rightarrow g'(x) > 0 \forall x > 0$ g este strict crescătoare pe $[0, \infty)$.

f)

x	0															$+\infty$
$g'(x)$	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$g(x)$	0	\nearrow		\nearrow		\nearrow		\nearrow		\nearrow		\nearrow				

$g(0) = 0$ și g este strict crescătoare pe $[0, \infty) \Rightarrow g(t) \geq 0, \forall t \geq 0$.

$x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g(x^2) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow e^{x^2} - x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow e^{x^2} \geq x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.