

Soluție

a). $x * y = 3xy - 6x - 6y + 12 + 2 = 3x(y - 2) - 6(y - 2) + 2 = 3(x - 2)(y - 2) + 2$.

b). Se verifică prin calcul cerința.

c). Se arată că $\exists e \in \mathbb{R}$, a.î. $e * x = x * e = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și se găsește $e = \frac{7}{3}$.

d). $x * x = 3 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 11 = 0$. Se rezolvă ecuația și $A = \left\{ 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 2 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$.

e). Se folosește a). și se obține $3 \left[\log_3(x^2 - 7) - 2 \right] + 2 = 2 \Rightarrow \log_3(x^2 - 7) = 2 \Rightarrow x = \pm 4$.

f). Se arată că pentru $x = 3$, $\exists x' \in \mathbb{R}$ astfel încât $3 * x' = \frac{7}{3}$. Se aplică legea de compoziție și se obține

$$9x' - 18 - 6x' + 14 = \frac{7}{3}. \text{ În urma calculelor } x' = \frac{19}{9}.$$