Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1.a) $\det(A_x)=1$ şi cum $\det(A_x)\neq 0 \Rightarrow A$ inversabilă.

b) $A_x \cdot A_y = \begin{pmatrix} 1 & 2(x+y) & 5(x+y)^2-2(x+y) \\ 0 & 1 & 5(x+y) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, deci $A_x \cdot A_y = A_{x+y} \in G$

c) Întrucât $A_0 = I_3$ și $A_3 \cdot A_{-3} = A_0 = I_3$, deducem că inversa matricei A_3 este A_{-3}.

2.a) Avem relațiile $f(\hat{0}) = g(\hat{0}) = \hat{1}$, $f(\hat{1}) = g(\hat{1}) = \hat{0}$ și $f(\hat{2}) = g(\hat{2}) = \hat{2}$, deci $f(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbb{Z}_3$.

b) Singura rădăcină a lui f este $\hat{1}$.

c) Cum $\hat{1}$ este rădăcină, $X-\hat{1}$ divide pe *f*, deci $f = (X-\hat{1})(X^2+X+\hat{2}) = (X+\hat{2})(X^2+X+\hat{2})$. Polinomul $g = X^2+X+\hat{2}$ nu are rădăcini în $\mathbb{Z}_3$, deci este ireductibil (presupunând că *g* s-ar descompune în produsul a două polinoame de gradul 1, ar rezulta că *g* are rădăcini).