Soluții

a) Se obține $l = f(2) - g(2) + \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+4}{x^2-3x+4} = 6 + \dfrac{5}{2} = 8{,}5$.

b) Funcția este derivabilă şi $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}$. Se obține $f'(2) = -4$.

c) Ecuația este $\log_{\frac{2}{3}} \dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2} = 2$. Condiția de existență $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2} > 0 \Rightarrow x \in (1+\sqrt{5}, +\infty)$. Se obține ecuația $\dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2} = \dfrac{4}{9}$ cu soluția acceptabilă $x = 4$.

d) Abscisele punctelor de intersecție sunt date de ecuația $\dfrac{x^2-3x+4}{x-1} = x$. Se obține soluția $x = 2$. Punctul de intersecție este $A(2,2)$. Derivata funcției g este $g'(x) = \dfrac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$, iar panta tangentei este $m = g'(2) = -1$. Se obține ecuația tangentei $y - 2 = -1\cdot(x-2)$ sau $x + y - 4 = 0$.

e) Ecuația este $2\cdot\dfrac{x^2-2x-4}{(x-1)^2} + \dfrac{x^2-2x-1}{(x-1)^2} = 0$ sau $3x^2 - 6x - 9 = 0$ cu soluția acceptabilă $x = 3$.

f) Funcția h este derivabilă deoarece funcțiile f şi g sunt derivabile. Se obține $h'(x) = f'(x) - 4g'(x) = \dfrac{-3x^2+6x}{(x-1)^2}$. Soluția ecuației $h'(x) = 0$ este $x = 2$. Se obține că punctul $x = 2$ este un punct de maxim local.