

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

1. a)  $f'(x) = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ , pentru orice  $x > 1$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1$ , deci  $y = x + 1$  este asimptotă oblică la  $+\infty$ .

c) Din studiul semnului derivatei lui  $f$  rezultă că  $f$  este strict descrescătoare pe intervalul  $(1, 2]$  și atunci  $f(\sqrt[3]{2}) \geq f(\sqrt[3]{3})$ .

2. a)  $\int f(x) dx = x - \frac{x^2}{2} + C$ .

b)  $A(\Gamma_g) = \int_0^1 \sqrt{1-x} dx = -\int_0^1 (1-x)' \cdot (1-x)^{\frac{1}{2}} dx = -\frac{2}{3} \sqrt{(1-x)^3} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$ .

c)  $\int_{\frac{1}{e}}^1 f(x) \cdot \ln x dx = \left( \left( x - \frac{x^2}{2} \right) \ln x - x + \frac{x^2}{4} \right) \Big|_{\frac{1}{e}}^1 = \frac{-3e^2 + 8e - 3}{4e^2}$ .