

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Soluție :

$$\text{a) } AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Suma elementelor este } 1$$

$$\text{b) } (I_3 + B)(I_3 - B) = I_3 - B^2, \quad B^2 = O_3$$

$$\text{c) } \det(AI_3) = \det(A) = 0$$

$$\det(A + I_3) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{d) } C = \begin{pmatrix} t & -x & 0 \\ x & t & x \\ 0 & m & t \end{pmatrix} \Rightarrow C = O_3 \Leftrightarrow x = t = m = 0$$

$$\text{e) } t = 1, m = 2 \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & -x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C) = 1 - 2x + x^2$$

$$\det(C) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{f) } t = 1 \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & -x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \text{ inversabilă} \Leftrightarrow \det(C) \neq 0$$

$$\det(C) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2, 2)$$