

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare.

$$\text{a)} \quad \begin{pmatrix} a^2-4 & -1 \\ a-2 & 2a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2-4=5 \\ a-2=1 \Rightarrow a=3. \\ 2a-1=5 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 14 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c)} \quad B^2 = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -14 & -6 \end{pmatrix}, \quad -2B - 4I_2 = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -14 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -14 & -6 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow B^2 = -2B - 4I_2.$$

$$\text{d)} \quad A(3) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A(3) = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 26.$$

$$\text{e)} \quad X^2 + 2X + 4I_2 = O_2 \Rightarrow X^3 + 2X^2 + 4X = O_2 \Rightarrow X^3 = -2X^2 - 4X \Rightarrow \\ X^3 = -2(-2X - 4I_2) - 4X \Rightarrow X^3 = 8I_2.$$

$$\text{f)} \quad \det A(a) = \begin{vmatrix} a^2-4 & -1 \\ a-2 & 2a-1 \end{vmatrix} = (a-2) \begin{vmatrix} a+2 & -1 \\ 1 & 2a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(2a^2+3a-1) \Rightarrow \\ (a-2)(2a^2+3a-1) = 0 \Rightarrow S = \left\{ 2; \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \right\}.$$