Soluție:

a) $a\cdot\int_1^2 f_1(x)\,dx = a\cdot\int_1^2 (1+x)\,dx$, apoi $a\cdot\int_1^2 (1+x)\,dx = \frac{5a}{2}$. Finalizare : $a=2$

b) $\int_0^1 g_1(x)\,dx = \int_0^1 e^x\cdot(1+x)\,dx$. Urmează integrare prin părți și rezultatul : e

c) $\int_0^1 \left[f_{n+1}(x) - f_n(x)\right]dx = \int_0^1 x^{n+1}dx$ și $\frac{1}{n+2} = \frac{1}{2008} \Rightarrow n = 2006$

d) $F_2^{/}(x) = f_2(x), \forall x\in\mathbb{R}$. Cum $x^2+x+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$,deducem că F_2 este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$

e) $\int_0^1 g_2(x)\,dx = \int_0^1 e^x\cdot\left(1+x+x^2\right)dx$ și astfel $\int_0^1 g_2(x)\,dx = \int_0^1 e^x\cdot(1+x)\,dx + \int_0^1 e^x\cdot x^2 dx$; folosim **b)** , iar pentru a doua integrală aplicăm metoda integrării prin părți

f) $\int_0^m f_1(x)\,dx = m + \frac{m^2}{4}$. Din $m + \frac{m^2}{4} \le 4 \Rightarrow m^2 + 2m - 8 \le 0$ și obținem numărul cerut $m = 2$