Rezolvare

1. **a)** $\det A = 0.$

b) $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

c) $I_3 + A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(I_3 + A\right) = 1 \neq 0.$ Matricea $I_3 + A$ este inversabilă.

$\left(I_3 + A\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

2. **a)** $f(0) - f(1) = p - q - 1.$

b) $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = f(1) = 1 - p + q - r.$

c) Presupunem că polinomul g are toate rădăcinile reale. Fie y_1, y_2, y_3 rădăcinile polinomului g.

$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = \left(y_1 + y_2 + y_3\right)^2 - 2\left(y_1y_2 + y_1y_3 + y_2y_3\right) = -1 < 0$ contradicție. Deci polinomul g nu are toate rădăcinile reale.