

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

- a) $f'(x) = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}, \forall x \in (0, +\infty)$
- b) $f'(x) = \frac{x+1}{x} > 0, \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ strict crescătoare
- c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 2$
- d) $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$
 $y - 1 = 2(x - 1)$
 $y - 2x + 1 = 0$
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+1) - f(x)] = \lim_{x \rightarrow \infty} [x+1 + \ln(x+1) - x - \ln x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \ln \frac{x+1}{x}\right) = 1$
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1 - ax^2 - ax - bx - b}{x + 1} \right) =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(1-a) - x(a+b) + 1-b}{x+1} = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 1-a=0 \\ a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$