Soluție

1. $2008 = 334 \cdot 6 + 4$. Grupăm termenii sumei câte 6.
Avem $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2008} = 334(7+6+9+2+3+0) + (7+6+9+2) = 334 \cdot 27 + 24 = 9042$.

2. Rezolvăm sistemul $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 + x + 1 \end{cases}$, $x, y \in \mathbb{R}$. Subsituind y în a doua ecuație se obține $x^2 - x + 2 = 0$ cu $\Delta = -7 < 0$. În concluzie sistemul nu are soluții în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, ceea ce înseamnă că dreapta de ecuație $y = 2x - 1$ nu intersectează parabola de ecuație $y = x^2 + x + 1$.

3. Se impune condiția $x > 0$. Avem : $\log_2 x + \log_4 x^2 = 6 \Leftrightarrow \log_2 x + 2 \cdot \dfrac{\log_2 x}{\log_2 4} = 6 \Leftrightarrow \log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 8$.

4. Putem alege 3 fete din cele 13 în C_{13}^3 moduri. La fiecare alegere a fetelor putem alege 2 băieți din cei 12 în C_{12}^2 moduri. Comitetul clasei poate fi ales în $C_{13}^3 \cdot C_{12}^2 = 18876$ moduri.

5. Avem $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{CD} = (a-1)\vec{i} + \vec{j}$. Atunci $AB \perp CD \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Leftrightarrow -3(a-1) + 2 = 0$
Se obține $a = \dfrac{5}{3}$.

6. Cum $\alpha \in \left(\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos\alpha < 0$, deci $\cos\alpha = -\sqrt{1 - \dfrac{16}{25}} = -\dfrac{3}{5}$.
$tg\,\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = -2$.