Soluții

a) În punctul $x_0 = -1$ problema limitei are sens ($x_0 = -1$ este punct de acumulare). Se obține $g(-1+0) = +\infty$, $g(-1-0) = -\infty$. Funcția nu are limită deoarece $g(-1+0) \neq g(-1-0)$

b) Se obține $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \lim\limits_{x\to-1} \frac{1}{(x+1)^2} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{(x+1)^2} = 0$, $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} g(x) = \lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} \frac{1}{x+1} = -\infty$,

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x+1} = 0$. Funcțiile au asimptota verticală $x = -1$ şi asimptota orizontală $y = 0$.

c) Caz de nedeterminare $\frac{0}{0}$. Se obține $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-1}{g(x)-1} = \lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1-(x+1)^2}{1-(x+1)} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = \lim\limits_{x\to0} \frac{-x^2-2x}{-x} = 2$.

d) Funcția g este derivabilă şi $g'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$. Verificarea este imediată.

e) Se obține că $h(-1-0) = \lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x) = +\infty$ şi $h(-1+0) = \lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} g(x) = +\infty$. Funcția are limită în $x_0 = -1$.

f) Se obține $h_1(x) = -\frac{x}{(x+1)^2}$, $h_1'(x) = \frac{x-1}{(x+1)^3}$, $x \in (-1,\infty)$. Tabelul de monotonie este:

x	-1		1		$+\infty$
$h_1'(x)$		$-$ $-$ $-$ $-$ $-$ $-$ $-$	0	$+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$	
$h_1(x)$		$\searrow$ $\searrow$ $\searrow$ $\searrow$ $\searrow$	m	$\nearrow$ $\nearrow$ $\nearrow$ $\nearrow$	