

Soluție

1.

a) $\frac{19}{55} = 0,3(45) = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$ și $a_i = 4$ pentru i par.

b) $a \in (0,1) \Rightarrow \log_a 7 < \log_a 5 < \log_a 2 \Rightarrow 5^{\log_a 7} < 5^{\log_a 3} < 5^{\log_a 2} \Rightarrow 7^{\log_a 5} < 3^{\log_a 5} < 2^{\log_a 5}.$

2. $a_n = S_n - S_{n-1} = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1}$ pentru orice $n \geq 2$.

$a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$ pentru orice $n \geq 2$ și $a_1 = S_1 = 3$.

3. $\frac{C_2^1 + C_4^2 + C_6^3 + C_8^4}{C_1^1 + C_3^2 + C_5^3 + C_7^4} = \frac{2C_1^0 + 2C_3^1 + 2C_5^2 + 2C_7^3}{C_1^1 + C_3^2 + C_5^3 + C_7^4}.$ $C_n^k = C_n^{n-k}$ și rezultatul.

4.

a) $x = y = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

b) $x_1 \in F, x_1 \neq 0 \Rightarrow f(x_1 + x_1) = 2x_1, f(3x_1) = 3x_1$ și $x_1, 2x_1, 3x_1$ distincte

$\Rightarrow F$ are cel puțin trei elemente $\Rightarrow F = \{0\}$