Soluție:

1.a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{3x^2-4x+1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{6x-2}{6x-4}=\dfrac{4}{2}=2$.

b) $f'(x)=4x^3-12x+18$ **;** $f''(x)=12x^2-12$**;** $f''(x)=0\Rightarrow x_1=1$, $x_2=-1$

Tabelul de semne pentru $f''\Rightarrow$ funcția f este concavă pe intervalul $(-1,1)$ și

convexă pe intervalele $(-\infty,-1)$ și $(1,\infty)$.

c) $g(x)=\left(x^2-1\right)\ln x$; g continuă pe $(0,\infty)$; $g(x)=0\Rightarrow x_1=1\in(0,\infty)$ și

$x_2=-1\notin(0,\infty)$; $g\left(\dfrac{1}{e}\right)=\dfrac{1-e^2}{e^2}\cdot(-1)>0$, $g(e)=\left(e^2-1\right)\cdot\ln e>0$ .Tabelul de semne

pentru g $\Rightarrow g$ pozitivă pe tot domeniul de definiție, cu excepția $g(1)=0$

2.a) $l_s(0)=l_d(0)=1=f(0)\Rightarrow f$ cont. în $x=0\Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) $\int\limits_0^1 f(x)\,dx=\left(\ln(x+1)-\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\Bigg|_0^1=\ln 2-\dfrac{2}{3}$. **c)** $g(x)$ își schimbă semnul

pentru $x\in[0,1]$. Propun:

c) $g(x)=\left(\dfrac{1}{x^2+1}-x\right)\cdot(-x)=\dfrac{x^4+x^2-x}{x^2+1}\geq 0$ pentru $x\geq 1\Rightarrow$ aria $=\int\limits_1^2\left(\dfrac{-x}{x^2+1}+x^2\right)dx=$

$=-\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Bigg|_1^2+\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_1^2=\dfrac{7}{3}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{2}.$