

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Rezolvare

1. 240 pagini reprezintă $100\% - 30\% - 10\% = 60\%$ din numărul de pagini ale cărții.

$$\text{Cartea are } 240 \cdot \frac{100}{60} = 400 \text{ pagini.}$$

2. $3^x - 3^x \cdot 3^3 = -78 \Leftrightarrow 3^x \cdot (-26) = -78 \Leftrightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$ soluția ecuației.

3. Termenii sumei sunt în progresie aritmetică cu $a_1 = 1$, $r = 2$. Numărul de termeni se determină din formula termenului general: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow 19 = 1 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow n = 10$.

$$S_{10} = \frac{(1+19) \cdot 10}{2}; S_{10} = 100.$$

4. Relațiile lui Viète sunt:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \cdot \frac{(2m-1)}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2-1}{3} \end{cases}$$

Relația din problemă devine:

$$2 \cdot \frac{2m-1}{3} - \frac{m^2-1}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow m \in \{1, 3\}.$$

5. Ecuația dreptei AB : $x - 4y + 19 = 0$;

$$C \in AB \Rightarrow \alpha - 32 + 19 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 13.$$

6.

$$\left. \begin{aligned} m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) &= 180^\circ \\ m(\hat{A}) &= 30^\circ; m(\hat{B}) &= 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow m(\hat{C}) = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ dreptunghic în } \hat{C}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{8}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{AB} \Rightarrow AB = 16;$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AC}{16} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{16} \Rightarrow AC = 8\sqrt{3}.$$