SOLUȚIE:

a) $f(5)=\dfrac{17}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^2+3\cdot 5-3}{5}+a=\dfrac{17}{5} \Rightarrow a=-4$

b) Pentru $a=-4$, funcția f devine $f(x)=\begin{cases} x-3 & , x\in[0,4]; \\ \dfrac{x^2+3x-23}{5} & , x\in(4,5]. \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\substack{x\to 4 \\ x<4}} f(x)=f(4)=1 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 4 \\ x>4}} f(x)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f \text{ este continuă în } x=4 \qquad (1)$$

Pe $[0,4)$, respectiv $(4,5]$ funcția f este elementară $\overset{(1)}{\Rightarrow}$ f este continuă pe $[0,5]$.

c) Funcția f este strict crescătoare $\Rightarrow \min\limits_{x\in[0,5]} f(x)=f(0)=-3$ iar $\max\limits_{x\in[0,5]} f(x)=f(5)=\dfrac{17}{5}$

d) Domeniul de definiție este o mulțime simetrică față de origine și $g(-x)=-\dfrac{x}{x^2+1}, \forall x\in\mathbb{R}$

$g(-x)=-g(x), \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow g$ este funcție impară

e) $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$ și $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\left(g(x)\cdot e^{-x}\right)=0.$

f) Domeniul de definiție este $\mathbb{R}$ și funcția g are limită finită în fiecare punct, deci graficul funcției g nu are asimptote verticale.

$\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0 \Rightarrow$ dreapta $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ Funcția g este o funcție impară $\Rightarrow$ graficul său este simetric față de $O(0,0) \Rightarrow$ dreapta $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ și spre $-\infty$.