

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $x^2 + 1 \geq 2x$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$; $(x-1)^2 \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) $(x^2 - x) \Big|_0^n < 7$; $n(n-1) < 7$; $n = 3$.

c) f continuă, $f \geq 0$ pe $[1, 2]$; $\text{aria}(\Gamma_f) = \int_1^2 (2x^2 - 2x + 1) dx = \frac{8}{3}$

d) $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = 4\sqrt{x} + \ln x + C, C \in \mathbb{R}$; $F(1) = 4$ rezultă $C = 0$; $F(x) = 4\sqrt{x} + \ln x$.

e) $f, g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}, g(x) = 2$; continue pe $[1, 2]$, $f \geq g$; $\int_1^2 x dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx \geq \int_1^2 2 dx$; rezultă

$$\ln 2 > \frac{1}{2}.$$

f) $I = \int_{-1}^0 (x-x)e^x dx + \int_0^1 (x+x)e^x dx = 2$.