

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $x^2 + x + 1 \geq x + 1$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$; $x^2 \geq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.

b) $\int f(x)dx = \int (x^2 - \frac{4}{3}x - 1)dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - x + C, C \in \mathbb{R}$.

c) f continuă pe $[0, 1]$; $vol(C_f) = \pi \int_0^1 (3 - 2x)^2 dx = \frac{13\pi}{3}$.

d) $F(x) = \int_1^x (\frac{1}{t} + t - 2)dt = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$; F derivabila pe $(0, +\infty)$. $F' = f$ pe $(0, +\infty)$.

e) $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x+1}, g(x) = 1$; continue pe $[0, 1]$; $f \geq g$; $\int_0^1 (x + \frac{1}{x+1})dx \geq \int_0^1 dx$ de unde

$$\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx \geq \frac{1}{2}.$$

f) $I = \int_1^3 \left| x - \frac{4}{x} \right| dx = \int_1^3 \frac{|x^2 - 4|}{x} dx = -\int_1^2 \frac{x^2 - 4}{x} dx + \int_2^3 \frac{x^2 - 4}{x} dx = 1 + 8\ln 2 - 4\ln 3$.