Soluție:

1. a) Din $A^2 = 0_2$ obținem sistemul: $\begin{cases} a^2 + bc = 0 \\ b(a+d) = 0 \\ c(a+d) = 0 \\ (a-d)(a+d) = 0 \end{cases}$. Presupunem că $a + d \neq 0$. Rezultă $b = c = 0$ şi $a = d$. Din prima şi din ultima ecuație obținem $a = d = 0$, deci $a + d = 0$, contradicție.

b) Se arată că $(I_2 + A)(I_2 - A) = I_2$, deci $(I_2 + A)^{-1} = I_2 - A$.

c) Matricele de forma $X = \alpha A$, $\alpha \in \mathbb{R}$ sunt soluții.

2. a) Se arată că $f(a) = 0$.

b) Notând $x^2 = t$ obținem ecuația $t^2 - 2t + 9 = 0$, ale cărei soluții au $|t_1| = |t_2| = 3$.
Rezultă $|x_1| = |x_2| = \sqrt{|t_1|} = \sqrt{3}$, $|x_3| = |x_4| = \sqrt{3}$ și suma căutată este egală cu $4\sqrt{3}$.

c) Evident, $B \subset A$. Fie $\alpha = g(a) \in A$. Din teorema împărțirii cu rest, există şi sunt unice $q, h \in \mathbb{Q}[X]$, cu $\text{grad}(h) \leq 3$, astfel încât $g = (X^4 - 2X^2 + 9) \cdot q + h$. Rezultă $\alpha = g(a) = h(a) \in B$, deci $A \subset B$.