Soluție

a) $x^2+x+1\geq x+1$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$; $x^2\geq 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

b) $\int f(x)dx = \int(x^2-\frac{4}{3}x-1)dx = \frac{1}{3}x^3-\frac{2}{3}x^2-x+C, C\in\mathbb{R}$.

c) f continuă pe $[0,1]$; $vol(C_f)=\pi\int_0^1(3-2x)^2dx = \frac{13\pi}{3}$.

d) $F(x)=\int_1^x(\frac{1}{t}+t-2)dt=\ln x+\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$; F derivabila pe $(0,+\infty)$. $F' = f$ pe $(0,+\infty)$.

e) $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}, f(x)=x+\frac{1}{x+1}, g(x)=1$; continue pe $[0,1]$; $f\geq g$; $\int_0^1(x+\frac{1}{x+1})dx\geq\int_0^1 dx$ de unde $\int_0^1\frac{1}{x+1}dx\geq\frac{1}{2}$.

f) $I=\int_1^3\left|x-\frac{4}{x}\right|dx = \int_1^3\frac{\left|x^2-4\right|}{x}dx=-\int_1^2\frac{x^2-4}{x}dx+\int_2^3\frac{x^2-4}{x}dx = 1+8\ln 2-4\ln 3$.