Rezolvare

1.a. Avem $f'(x)=2008x^{2007}-2008$. Obținem $f(0)=2007$, $f'(0)=-2008 \Rightarrow f(0)+f'(0)=-1$

b. Ecuația $tg: y-f(1)=f'(1)(x-1)$ și $f(1)=0,\ f'(1)=0$ obținem ecuația: $y=0$.

c. $f''(x)=2008\cdot 2007x^{2006} \Rightarrow f''(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Deci, f convexă pe $\mathbb{R}$.

2.a. $\int_0^1 g(x)dx=\int_0^1 (x^3+3x)dx=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}\right)\Big|_0^1=\frac{7}{4}$.

b. Din $g(x)=t^3-3t^2+6t-4 \Rightarrow \int_0^x g(t-1)dt=\frac{x^4}{4}-x^3+3x^2-4x \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{\int_0^x g(t-1)dt}{x^4}=\frac{1}{4}$

c. Demonstrăm că $g^5(-x)=-g^5(x) \Rightarrow g^5$ este funcție impară $\Rightarrow \int_{-1}^1 g^5(x)dx=0$.