Rezolvare:

1. Condiția de existență a logaritmului este: $x-\frac{3}{4}>0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{3}{4},\infty\right)$;

Rezolvarea ecuației: $\log_4\left(x-\frac{3}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=4^{-1} \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=1$;

2. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}, n\geq k, n,k\in\mathbb{N}$ .Condiții $\begin{cases} x\in\mathbb{N} \\ x\geq 2 \end{cases}$;

$$\left.\begin{array}{l} A_x^2=72 \Leftrightarrow x(x-1)=72 \Leftrightarrow x^2-x-72=0 \Leftrightarrow x\in\{-8,9\} \\ \text{Dar } x\in\mathbb{N}-\{0,1\} \end{array}\right\} \Rightarrow x=9 .$$

3. Valoarea maximă este $-\frac{\Delta}{4a}$; Valoarea maximă a funcției este 1.

4. $f(1)=3\cdot1+2;\ f(2)=3\cdot2+2;\ f(3)=3\cdot3+2;\ldots f(10)=3\cdot10+2$

Adunăm aceste relații, obținem:

$$f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(10)=3\cdot(1+2+3+\ldots+10)+2\cdot10=185$$

5. $A(2,2)\in$ dreptei AB $\Rightarrow 2+2a+b=0$

$B(3,3)\in$ dreptei AB $\Rightarrow 3+3a+b=0$

$$\begin{cases} 2a+b=-2 \\ 3a+b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow a\cdot b=0.$$

6. Din $G=$centrul de greutate al triunghiului ABC, rezultă: $\overrightarrow{AG}=2\cdot\overrightarrow{GM}$ (1)

În triunghiul BGC, vectorul $\overrightarrow{GM}$ este vectorul mediană $\Rightarrow 2\cdot\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$ (2) Din 1 și 2 rezultă că $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}=\vec{0}$.