Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{2}x^3-\ln x+\sqrt{x}+C, C\in\mathbb{R}$; $F(1)=\frac{1}{2}$ rezultă $C=-1$, $F(x)=\frac{1}{2}x^3-\ln x+\sqrt{x}-1$.

b) f continuă pe $[0,1]$; $vol(C_f)=\pi\int_0^1(1-x)^2\,dx=\frac{\pi}{3}$.

c) f continuă, $f\geq 0$ $pe\,[1,e]$; $aria(\Gamma_f)=\int_1^e(x^2+\frac{1}{x})dx=(\frac{x^3}{3}+\ln x)\Big|_1^e=\frac{e^3+2}{3}$.

d) $I=\int_{-1}^{2}(x^2-x|x|)dx=\int_{-1}^{0}(x^2+x^2)dx+\int_0^2(x^2-x^2)dx=\frac{2}{3}$.

e) $4-9x^2\leq 4$ si $4\leq 8+27x^3$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$; finalizare.

f) $f,g,h:[0,1]\to\mathbb{R}, f(x)=2-3x, g(x)=\frac{4}{2+3x}, h(x)=4-6x+9x^2$; continue pe $[0,1]$, $f\leq g\leq h$;

$(2x-\frac{3}{2}x^2)\Big|_0^1\leq\int_0^1\frac{4}{2+3x}dx\leq(4x-3x^2+3x^3)\Big|_0^1$ sau $\frac{1}{8}\leq\int_0^1\frac{1}{2+3x}dx\leq 1$.