

Soluție

$$1. a) \overrightarrow{GM} = \frac{\overrightarrow{AM}}{3}, \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{6}$$

$$1. b) \overrightarrow{GN} = \frac{\overrightarrow{BN}}{3} = \frac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}{6} \text{ și } \overrightarrow{GP} = \frac{\overrightarrow{CP}}{3} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{6} \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{6} + \frac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}{6} + \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{6} = \vec{0}$$

$$2. a) \text{ Din teorema sinusurilor în triunghiul } ABC \text{ avem: } \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow AC = 5$$

$$2. b) \text{ Din teorema cosinusului în triunghiul } ABC \text{ avem } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cos A \Rightarrow$$
$$AC^2 - 5\sqrt{2} \cdot AC - 25 = 0 \Rightarrow AC = \frac{5}{2}(\sqrt{2} \pm \sqrt{6}), AC > 0 \Rightarrow AC = \frac{5}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6}).$$

$$3. a) d: y = \frac{2}{5}x + 2 \Rightarrow m_d = \frac{2}{5}$$

$$3. b) d' \perp d \Rightarrow m_{d'} = -\frac{1}{m_d} = -\frac{5}{2}.$$

$$A \in d' \Rightarrow d': \frac{y - y_A}{x - x_A} = -\frac{5}{2} \Rightarrow d': 5x + 2y - 9 = 0$$