Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. a) $\det A = 1 + a^2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

b) $x = \dfrac{1}{1+a^2}$, $y = \dfrac{a}{1+a^2}$, $z = \dfrac{a^2}{1+a^2}$ care sunt în progresie geometrică

c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+a^2} & \dfrac{-a}{1+a^2} & \dfrac{a^2}{1+a^2} \\ \dfrac{a}{1+a^2} & \dfrac{1}{1+a^2} & \dfrac{-a}{1+a^2} \\ \dfrac{-1}{1+a^2} & \dfrac{a}{1+a^2} & \dfrac{1}{1+a^2} \end{pmatrix}$

2. a) Se obține $e = 6$.

b) Se arată că corespondența este o lege de compoziție pe G. Se verifică apoi axiomele grupului.

Se obține că elementul neutru este $e = 6$, iar simetricul lui $x \in G$ este $x' = 5 + \dfrac{1}{x-5} \in G$.

c) Notăm $\begin{cases} x-5 = a > 0 \\ y-5 = b > 0 \\ z-5 = c > 0 \end{cases}$ și obținem sistemul $\begin{cases} ab = c \\ bc = a \\ ca = b \end{cases}$, cu unica soluție $a = b = c = 1$.

Singura soluție a sistemului inițial este $x = y = z = 6$.