Soluție

a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0 \Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală spre $\pm\infty$

$l_s(1)=\lim\limits_{x\nearrow 1} f(x)=-\infty$

$l_d(1)=\lim\limits_{x\searrow 1} f(x)=+\infty \Rightarrow x=1$ asimptotă verticală

$l_s(-2)=\lim\limits_{x\nearrow -2} f(x)=+\infty$

$l_d(-2)=\lim\limits_{x\searrow -2} f(x)=-\infty \Rightarrow x=-2$ asimptotă verticală

b) $f'(x)=\dfrac{-x^2-6x-5}{\left(x^2+x-2\right)^2}, \forall x\in\mathbb{R}-\{1,-2\}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)=-\dfrac{5}{4}$

d) $y-f(0)=f'(0)(x-0)$

$y+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{5}{4}x \Rightarrow 4y+5x+6=0$

e) $f'(x)=0 \Rightarrow x_1=-1, x_2=-5$

$x\in(-\infty,-5] \Rightarrow f'(x)\le 0 \Rightarrow f$ descrescătoare

$x\in[-5,-2) \Rightarrow f'(x)\ge 0 \Rightarrow f$ crescătoare

$x\in(-2,-1] \Rightarrow f'(x)\ge 0 \Rightarrow f$ crescătoare

$x\in[-1,1) \Rightarrow f'(x)\le 0 \Rightarrow f$ descrescătoare

$x\in(1,+\infty) \Rightarrow f'(x)< 0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare

f) $g(x)=\begin{cases} x-5, x\ge 2 \\ -2x+1, x<2 \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} & l_s(2)=\lim_{x\nearrow 2}(-2x+1)=-3 \\ & l_d(2)=\lim_{x\searrow 2}(x-5)=-3 \\ & g(2)=-3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow g \text{ este continuă în } x=2$$

$\Rightarrow g$ este continuă pe $\mathbb{R}$.