

**Soluție**

**1.a)** Folosind relația medianei avem:  $\overrightarrow{MD} = \frac{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}}{2}$ ,  $\overrightarrow{MF} = \frac{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}{2}$ ,  $\overrightarrow{ME} = \frac{\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA}}{2}$  și

adunând cele trei relații obținem  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ .

**b)**  $m - 2 = n$ ,  $2n = m - 3$ . Rezolvând sistemul format din cele două ecuații obținem  $m = 1$  și  $n = -1$

**2.a)**  $BC = 2R = 6$ ,  $AB = AC = 3\sqrt{2}$ . Aria triunghiului  $ABC$  este 9.

**b)**  $BM = 8$  și aplicând teorema cosinusului în triunghiul  $AMB$  obținem  $AM = 7$

**3.a)**  $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1}{2}$  și  $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1}{2}$ , deci  $m_{AB} = m_{AC}$  rezultă că punctele  $A, B, C$  sunt coliniare

**b)** Ecuația dreptei  $AB$  este  $2y + x - 9 = 0$ , iar  $d(M; AB) = \frac{|2 \cdot 3 + 2 - 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$