

Soluție

1.a) $\overrightarrow{PM} = \frac{\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}}{2}$, $2\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$. Adunând cele două relații obținem:

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = 3\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{AM}$$

b) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$

2.a) $AB = \frac{BC}{2}$, $AC = 6 + \frac{BC}{2}$. Folosind teorema lui Pitagora în triunghiul ABC obținem:

$$BC^2 = \frac{BC^2}{4} + \left(6 + \frac{BC}{2}\right)^2, \text{ adică } BC^2 - 12BC - 72 = 0, \text{ de unde } BC = 6 + 6\sqrt{3}.$$

b) $m(\sphericalangle A) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$. Folosind teorema sinusurilor $BC = 2R \sin(\hat{A}) = 10$.

3.a) Condiția ca punctul A să aparțină dreptei d este: $2x_A - y_A + 4 = 0$, $2(m-1) - 2 + 4 = 0$, rezultă $m = 0$

b) Pentru $m = -1$ coordonatele punctului A vor fi: $(-2; 2)$. Distanța de la punctul $A(-2; 2)$ la dreapta d este $\frac{|2 \cdot (-2) - 2 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.