

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

1. a)  $f'(x) = e^x + x \cdot e^x = (x+1) \cdot e^x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

b)  $f''(x) = (x+2) \cdot e^x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  și din semnul derivatei a doua se obține că  $f$  este concavă pe  $(-\infty, -2]$  și convexă pe  $[-2, +\infty)$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{1}{e^{-x}} \right) = 0$  deci  $y = 0$  este asimptotă orizontală la  $-\infty$ .

2. a)  $\int \left( \frac{1}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx = \ln x - 2x\sqrt{x} + C$ .

b)  $\int_0^1 f_2(x) dx = \int_0^1 \left( x + \frac{2}{x+1} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} + 2\ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + 2\ln 2$ .

c) Din  $\frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x^{2008} + x + 2}{x+1} \leq \frac{2x+2}{x+1}$  pentru orice  $x \in [0, 1]$  se obține  $\int_0^1 \frac{x+2}{x+1} dx \leq \int_0^1 f_{2008}(x) dx \leq \int_0^1 2 dx$ ,

adică  $A(\Gamma_{f_{2008}}) \in [1 + \ln 2; 2]$ .