

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Avem că $A = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\}$, deci $\{x \in A \mid x \text{ este pătrat perfect}\} = \{1, 4, 16, 25\}$.

b) Deoarece $\log_5 \frac{a}{b} + \log_5 \frac{b}{a} = \log_5 1 = 0$, rezultă că suma cerută este egală cu 0.

2. $a_6 = 16$

3. Cei 3 băieți pot fi aleși în $C_6^3 = 20$ moduri și cele 2 fete pot fi alese în $C_7^2 = 21$ moduri, deci echipa poate fi aleasă în $20 \cdot 21 = 420$ moduri.

4. a) Pentru orice $0 < x < y \leq 2$ avem $0 < xy < 4$ și

$f(y) - f(x) = y + \frac{4}{y} - x - \frac{4}{x} = y - x + \frac{4}{y} - \frac{4}{x} = y - x + \frac{4(x-y)}{x \cdot y} = \frac{(y-x)(xy-4)}{xy} < 0$, deci funcția este strict descrescătoare.

b) $2^x = x + \frac{4}{x} \Leftrightarrow x + \frac{4}{x} - 2^x = 0$ și funcția $g : (0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + \frac{4}{x} - 2^x$ este strict descrescătoare pe

$(0, 2]$. Prin urmare, $x + \frac{4}{x} - 2^x = 0 \Leftrightarrow g(x) = g(2)$, iar pentru $x \in (0, 2)$, avem că $g(x) > g(2) = 0$, de unde rezultă că unica soluție a ecuației este $x = 2$.