

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a). $x * y = xy + x + y + 1 - 1 = \dots = (x + 1)(y + 1) - 1, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$

b). Aplicând proprietatea elementului neutru se obține $e = 0$.

c). Pentru $x, y, z \in \mathbb{R}$ se demonstrează că $x * (y * z) = (x * y) * z = xyz + xz + yz + xy + x + y + z$

d). $x * x = -1 \Rightarrow (x + 1)^2 - 1 = -1 \Rightarrow (x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1.$

e). Folosind a). $(\log_2 x) * (\log_{\frac{1}{2}} x) = -1 \Rightarrow (\log_2 x + 1) \left(\log_{\frac{1}{2}} x + 1 \right) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \text{ și } x_2 = 2.$

f). $2 * C_n^{n-2} = 11 \Rightarrow \dots \Rightarrow n^2 - n - 6 = 0 \Rightarrow n_1 = 3 \text{ care convine și } n_2 = -2 \text{ care nu convine.}$