

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

a) $\int x \cdot f(x) dx = \int (x^2 + 1) dx$, deci $\int (x^2 + 1) dx = \frac{x^3}{3} + x + C$

b) $\int_1^n f(x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln x \right) \Big|_1^n$, $\int_1^n f(x) dx = \frac{n^2 - 1}{2} + \ln n$ și e suficient să luăm $n = 3$

c) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \ln x + k$, $F(1) = \frac{1}{2} + k \in \mathbb{Z}$ și e suficient să luăm, de exemplu, $k = -\frac{1}{2}$, deci

$$\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \ln x - \frac{1}{2}$$

d) $\int_1^e f(x) \cdot \ln x dx = \int_1^e x \cdot \ln x dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ și imediat ajungem la $\int_1^e f(x) \cdot \ln x dx = \frac{e^2 - 1}{4}$

e) $\mathcal{V} = \pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{\pi}{2}$

f) $\mathcal{A} = \int_1^a f(x) dx$, $\mathcal{A} = \int_1^a f(x) dx \geq \int_1^a 2 dx = 2(a - 1)$