Soluții

1.a) $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AD}\\ \overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AD}\end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{ED}$.

$3\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow 3\overrightarrow{AB}=(-6;-6)\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-2;-2)$.

1.b) $\overrightarrow{BC}=(x_c-x_b;y_c-y_b)=(x_c-1;y_c+4)$.

$\left.\begin{array}{l}-6=x_c-1\Rightarrow x_c=-5\\ -6=y_c+4\Rightarrow y_c=-10\end{array}\right\}\Rightarrow C(-5;-10)$

$\sin B=\frac{AC}{12};\cos C=\frac{AC}{12}$. Relația $\sin B+\cos^2 C=\frac{1}{12}$ devine: $\frac{\text{AC}}{12}+\frac{AC^2}{144}=\frac{1}{12}$.

2.a) Pentru $x=AC\Rightarrow x^2+12x-12=0$. Rădăcina pozitivă a acestei ecuații de gradul II este:

$x=\frac{-12+\sqrt{144+48}}{2}=\frac{-12+8\sqrt{3}}{2}=-6+4\sqrt{3}$

2.b) $BC^2=AB^2+AC^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A\Leftrightarrow 3=4+x^2-4\cdot x\cdot\frac{1}{2}$, unde $x=AC$.

$x^2-2x+1=0\Rightarrow x=1$.

3.a) Fie M mijlocul segmentului $[BC]$, $M(\frac{3}{2};-2)$.

Soluția 1:

Dacă notăm $AB=c, BC=a, AC=b, m_a$ lungimea medianei AM atunci

$4m_a{}^2=2\left(b^2+c^2\right)-a^2\Rightarrow m_a=\frac{\sqrt{2\left(b^2+c^2\right)-a^2}}{2}=\frac{\sqrt{2(1+4+36+16)-25-36}}{2}=\frac{\sqrt{114-61}}{2}=\frac{\sqrt{53}}{2}$ Solu

ția 2:

Calculăm AM cu formula distanței dintre două puncte:

$AM=\sqrt{(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2}=\sqrt{\frac{49}{4}+1}=\frac{\sqrt{53}}{2}$, unde $M\left(\frac{3}{2};-2\right)$

$m_{AC}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{-5+3}{-1+2}=-2$

3.b) Dreapta care trece prin B și e paralelă cu AC are aceeași pantă:

$m_d:\frac{y-1}{x-4}=-2\Rightarrow y-1=-2x+8\Rightarrow d:2x+y-9$