

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SOLUȚIE:**

- a)  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R}$  dacă și numai dacă este continuă în  $x=0$ .

$$f \text{ este continuă în } x=0 \text{ dacă și numai dacă } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = f(0) \Leftrightarrow a = e^0 \Rightarrow a = 1.$$

- b) Pentru  $a=1$ ,  $f(x) = \begin{cases} e^x & , x < 0 \\ x^2 + x + 1 & , x \geq 0 \end{cases}$  și  $f'(x) = e^x \quad \forall x < 0$ .

Cum  $f'(x) \geq 0, \forall x < 0 \Rightarrow f$  este strict crescătoare pe  $(-\infty, 0)$

- c)  $f(x) = 7 \Leftrightarrow (e^x = 7 \wedge x < 0) \vee (x^2 + x + 1 = 7 \wedge x \geq 0) \Rightarrow x = 2$

În intervalul  $(0, \infty)$  ecuația nu are soluții.

- d)  $\frac{1}{e^2} < \frac{1}{3} < \frac{1}{e} \Leftrightarrow e^{-2} < \frac{1}{3} < e^{-1} \Leftrightarrow f(-2) < \frac{1}{3} < f(-1)$ .

$f$  este strict crescătoare  $\Rightarrow (m, m+1) = (-2, -1) \Rightarrow m = -2$

- e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $-\infty$ .

Se demonstrează ușor că aceasta este singura asimptotă.

- f)  $g'(x) = e^x \left( \frac{x^2 + x + 1}{x} + \ln x \right), \forall x \in \mathbb{R}^+$ . Pentru  $a=1$  obținem  $f(0)=1$  și  $g'(f(0)) = g'(1) = 3e$ .