

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

1. a) Se arată că $AB = BA = O_4$, deci $AB + BA = O_4$
b) Se arată că $\text{rang}(A + B) = 2$ și $\text{rang } A = \text{rang } B = 1$.
c) Se demonstrează folosind faptul că $AB = BA = O_4$ și binomul lui Newton.

2. a) Deoarece $f(-1) = 0$, se obține $a = 6$.

b) Observăm că $x_0 = 0$ nu este rădăcină pentru f .

$$\text{Pentru } i \in \{1, 2, 3, 4\}, x_i \text{ e rădăcină a lui } f \Leftrightarrow x_i^4 + ax_i^3 + 4x_i^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 + a \cdot \frac{1}{x_i} + 4 \frac{1}{x_i^2} + \frac{1}{x_i^4} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x_i} \text{ este rădăcină a lui } g.$$

c) Din $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i^2} = -8 < 0$ rezultă concluzia.