Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) $f'(x)=\left(\dfrac{ax+a-2}{x^2+1}\right)'=\dfrac{a(x^2+1)-(ax+a-1)2x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{-ax^2-2ax+4x+a}{\left(x^2+1\right)^2}$

$f'(1)=0\Rightarrow \dfrac{-2a+4}{4}=0\Rightarrow a=2$.

b) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0\Rightarrow y=0$ asimptotă orizontală spre $\pm\infty\Rightarrow$ graficul funcției nu are asimptotă oblică .

c) $a=2\Rightarrow f'(x)=\dfrac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=0$.

d) $f'(x)=0\Rightarrow \dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Rightarrow x=\pm 1$

$f'(x)\geq 0$ oricare ar fi $x\in[-1,1]$ și $f'(x)<0$ oricare ar fi $x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.

$\Rightarrow$ punctele de extrem local ale funcției sunt $x=-1$ și $x=1$.

e)

x	$-\infty$			-1			1			$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+\ +\ +$	$+\ +\ +\ +$	0	$-$	$-\ -\ -$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\searrow$	0

$\Rightarrow -1\leq f(x)\leq 1, \forall x\in\mathbb{R}$

f) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$.