

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție:**

a)  $\int_0^1 f(x)dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1$ , deci  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{11}{6}$

b) O primitivă este de forma  $G(x) = 4x - \frac{x^2}{2} + C$  și  $G(1) = 4 - \frac{1}{2} + C \in \mathbb{Z}$ , deci putem lua, de exemplu,  $C = \frac{1}{2}$

c)  $\int_0^m f(x)dx = \left( \frac{m^3}{3} + \frac{m^2}{2} + m \right)$ , de unde  $\int_0^m f(x)dx > \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{6}, \forall m > 1$

d)  $x^2 + x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , de unde  $F'(x) = f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , deci  $F$  este strict crescătoare și astfel

$$\sqrt{3} < \sqrt{5} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow F\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) > F\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

e)  $x^2 + x + 1 = 4 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3, 1\}$ , așadar  $\mathcal{A} = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx$ , adică

$$\mathcal{A} = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx = \frac{32}{3}$$

f) Folosind metoda integrării prin părți avem  $\int_0^1 [x \cdot h'(x)] dx = x \cdot h(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 h(x) dx$ . Ipoteza conduce la  $h(1) = 2$ . E suficient să alegem o funcție cu proprietatea anterioară, de exemplu  $h(x) = x + 1$