

Soluție

1.a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$. Adunând ultimele două relații obținem

$$2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AB}$$

b) $\overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}{2}$ (1), $\overrightarrow{CB} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CM}}{2}$ (2)

Adunând relația (1) cu (2) obținem $\overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}}{2}$.

2.a) Din teorema sinusurilor $\frac{AB}{\sin C} = 2R$ obținem $R=5$.

b) $BC = \frac{AB}{\sin C} = 2R = 10$. Folosind teorema lui Pitagora în triunghiul ABC , $AC=8$. Perimetrul triunghiului ABC este $AB+AC+BC = 24$.

3.a) Rezolvând sistemul format din cele două ecuații ale dreptelor : $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$ obținem punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 de coordonate $(-1; 1)$.

b) $d(A; h) = \frac{|3x_A - 4y_A + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$