

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

$$\text{a) } A + 2I_2 = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + 2I_2) = 6$$

$$\text{b) } X^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ca + cd & d^2 + bc \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } (\det(X))^2 = (ad - bc)^2$$

$$\det(X^2) = a^2d^2 + b^2c^2 - 2adbc$$

$$\text{d) } (a + d)X = \begin{pmatrix} a^2 + ad & ba + bd \\ ca + cd & da + d^2 \end{pmatrix}$$

$$\det(X)I_2 = \begin{pmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{pmatrix}$$

$$\text{e) Din d. } \Rightarrow X^2 - (a + d)X + 0 \cdot I_2 = O_2 \Rightarrow X^2 = (a + d)X$$

$$\text{f) } \det(X^2) = \det(A) \Leftrightarrow (\det(X))^2 = 0 \Leftrightarrow \det(X) = 0 \Rightarrow X^2 = (a + d)X$$

$$(a + d)X = A \Rightarrow \begin{pmatrix} (a + d)a & (a + d)b \\ (a + d)c & (a + d)d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} (a + d)a = 3 \\ (a + d)b = 6 \\ (a + d)c = -1 \\ (a + d)d = -2 \end{cases} \Rightarrow (a + d)^2 = 1 \Rightarrow a + d = \pm 1 \Rightarrow X = A \text{ sau } X = -A$$