

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se obține că $f(x) = \frac{(a+1)x^2 - 2(1+2a)x + 4a+1}{2x^2+3}$ și $g(a) = \frac{a+1}{2}$.

b) Pentru $a = -1$ funcția se scrie $f(x) = \frac{2x-3}{2x^2+3}$. Rezultă că $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{2x^2+3} = 0$, deci dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ și spre $+\infty$.

c) Se obține $g(2a^2) = \frac{2a^2+1}{2}$ și rezultă ecuația $\frac{a+1}{2} + \frac{2a^2+1}{2} = 4$ cu soluțiile $a \in \{-2, \frac{3}{2}\}$.

d) Se obține că $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{a+1}{2}$. Din egalitatea $a^2 = \frac{a+1}{2}$ rezultă că $a \in \{-\frac{1}{2}, 1\}$.

e) Pentru $a = 0$ avem că $f(x) = \frac{(x-1)^2}{2x^2+3}$. Se obține că $f'(x) = \left(\frac{(x-1)^2}{2x^2+3} \right)' = \frac{2(x-1)(2x^2+3) - 4x(x-1)^2}{(2x^2+3)^2}$.

Se observă că $f'(1) = 0$.

f) Pentru $a = -1$ funcția se scrie $f(x) = \frac{2x-3}{2x^2+3}$. Ecuația $f(x) = 0$ are soluția $x = \frac{3}{2}$.

Tabelul de semn este:

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	- - - - -	0	+++++