

Soluție:

1. $\begin{cases} a+b=3b-3 \\ 2a+b=6b-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=-3 \\ 2a-5b=-10 \end{cases} \Leftrightarrow (a,b) \in \{(5,4)\}.$
2. a) $\Delta > 0$; $S = x_1 + x_2 = 3$, $P = x_1 x_2 = 1$; $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 3 - 2 = 1$
b) Axa de simetrie este: $x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow \frac{m+1}{2m^2} = 1 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0 \Rightarrow m \in \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}.$
3. $-\frac{b}{2a} = 3$; f strict descrescătoare pe $(-\infty, 3]$ și strict crescătoare pe $[3, \infty)$.
4. a) Condiție de existență: $x \geq 5$.
$$x+2+3x-6+2\sqrt{3(x+2)(x-2)} = 3x+1+x-5+2\sqrt{(3x+1)(x-5)} \Rightarrow 3x^2-12=3x^2-14x-5,$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} < 5 \Rightarrow S = \emptyset.$$

b) $4^{x+1} + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$; $\log_3(4^{x+1} + 1) = 2 \Leftrightarrow 4^{x+1} + 1 = 9 \Leftrightarrow 2^{2x+2} = 2^3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.$