

Soluție

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = ax + b, f(2) = -3, f(1) = -1$ Rezultă sistemul $\begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -2, b = 1$

Deci $f(x) = -2x + 1$

2. a) $x_1^3 + x_2^3 = S(S^2 - 3P)$, dar $S = -\frac{b}{a} = 2, P = \frac{c}{a} = -1$, rezultă $x_1^3 + x_2^3 = 14$

b) $a = -1 < 0 \Rightarrow f$ are maxim, deci f strict crescătoare pe $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right]$, adică pe $(-\infty; 1]$

și f strict descrescătoare pe $\left[-\frac{b}{2a}; \infty\right)$, adică pe $[1; \infty)$

3. $y_V = -\frac{\Delta}{4a} < 0$, cum $\Delta = b^2 - 4ac = -3m^2 + 2m + 1$ deci $-\frac{-3m^2 + 2m + 1}{4} < 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$

4. a) $5^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^x \Leftrightarrow x + 2 = -x \Leftrightarrow x = -1$, deci coordonatele punctului de intersecție sunt $(-1, 5)$

b) $\log_2 x^3 = 3 \cdot \log_2 x$. Se notează $\log_2 x = t \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 2$, deci $x_1 = 2, x_2 = 4$