

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare.**

a)  $2A - B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$

b)

$$xA + yB = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 2x & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -y & y \\ y & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y & y \\ 2x+y & x+2y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-y & y \\ 2x+y & x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=6 \\ y=-3 \\ 2x+y=3 \\ x+2y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}.$$

c)  $A - I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (A - I_2)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2.$

d)  $\det(A) = 1 - 0 = 1 \neq 0 \Rightarrow A$  inversabilă,  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^* \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$

e)  $\det(xB + I_2) = \begin{vmatrix} -x+1 & x \\ x & 2x+1 \end{vmatrix} = -3x^2 + x + 1, \det B = -3 \Rightarrow$

$$-3x^2 + x + 1 = -3 \Rightarrow -3x^2 + x + 4 = 0 \Rightarrow x \in \left\{ -1, \frac{4}{3} \right\}.$$

f)  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a, b, c, d \in \mathbb{R} \Rightarrow A \cdot X = \begin{pmatrix} a & b \\ 2a+c & 2b+d \end{pmatrix}, X \cdot B = \begin{pmatrix} -a+b & a+2b \\ -c+d & c+2d \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 2a+c & 2b+d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a+b & a+2b \\ -c+d & c+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} b & a+3b \\ 2a+d & 2b+c+3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a+3b=1 \\ 2a+d=-1 \\ 2b+c+3d=3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b=1 \\ a=-2 \\ d=3 \\ c=-8 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}.$$