

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SOLUȚIE:**

a)  $f'(x) = e^x + xe^x \Rightarrow f'(x) = e^x(x+1)$

b)  $f(x) < x^2 + x \Leftrightarrow xe^x - x^2 - x < 0 \Leftrightarrow x(e^x - x - 1) < 0$ .

Fie  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = e^x - x - 1$ .  $h'(x) = e^x - 1$  care are rădăcina unică  $x = 0$ ;

$h'(x) < 0, \forall x < 0$  și  $h'(x) > 0, \forall x > 0 \Rightarrow h$  este descrescătoare pe  $(-\infty, 0]$  și crescătoare pe  $[0, \infty)$ .

Cum  $h(0) = 0 \Rightarrow h(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \cdot h(x) < 0, \forall x < 0$  și  $x \cdot h(x) > 0, \forall x > 0$

c)  $f'(x) = e^x(x+1)$ ,  $f'(0) = 1$  și  $f(0) = 0$  Tangenta la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă 0 are ecuația  $y = x$

d) Punctul de minim local al graficului funcției  $f$  este  $M\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$

$$MO = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{e^2}} = \frac{\sqrt{e^2 + 1}}{e}$$

e)  $f$  este strict crescătoare pe  $[-1, 1]$ .  $f(-1) = -\frac{1}{e}$  și  $f(1) = e \Rightarrow -\frac{1}{e} \leq f(x) \leq e, \forall x \in [-1, 1]$ .

f)  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R} \Leftrightarrow f$  este continuă în  $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} x^2 = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} (mx + n) \Leftrightarrow m + n = 1$ .