

Soluție

1. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 3$. Deci $f(x) = -6x + 3 \Rightarrow a = -6 < 0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare
2. a) $x_1^3 + x_2^3 = S(S^2 - 3P)$. Cum $S = -\frac{b}{a} = 4$, $P = \frac{c}{a} = -5$, rezultă $m^2 = 121 \Leftrightarrow m = \pm 11$
b) $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, dar $-\frac{b}{2a} = 2$, $-\frac{\Delta}{4a} = -9$, deci $V(2; -9)$
3. $y_V = -\frac{\Delta}{4a} > 0$, cum $\Delta = b^2 - 4ac = 4(m^2 - 1)$ se obține $\frac{4(m^2 - 1)}{8} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$
4. a) Amplificând cu conjugata se obține $\sqrt{x-5} - \sqrt{x-8} = 1$, de unde $\sqrt{x-5} = 2$ și $\sqrt{x-8} = 1 \Leftrightarrow x = 9$
b) Se notează $\log_3(x+2) = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow t_1 = -1, t_2 = 2$., deci $x_1 = -\frac{5}{3}, x_2 = 7$