

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

a) $A + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Produsul este $2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 = 24$

b) $\det(A^2) = (\det A)^2$
 $\det(A^2) = (-2)^2 = 4$

c) $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$

$$3A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$$

Verificam relatia

d) $A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 1 \\ 4 & 2-x \end{pmatrix}$

$$x^2 - 3x - 2 = -4$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \{1; 2\}$$

e) Obținem:
$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a = 3 \\ 4a = 12 \\ 2a + b = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

f) $\det A \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$

$$X \cdot I_2 = A^{-1} \Rightarrow X = A^{-1} + I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$