Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Din relația $f(x) \le e^x$ rezultă inecuația $(x^2-5x+1)\cdot e^x \le e^x$ care se aduce la forma $x^2-5x \le 0$. Soluția ecuației $x^2-5x=0$ este $x \in \{0,5\}$. Rezultă că $A=[0,5]$, care este mulțime mărginită.

b) Se obține că $\dfrac{f(x)}{(2x^2+3)e^x} = \dfrac{(x^2-5x+1)e^x}{(2x^2+3)e^x} = \dfrac{x^2-5x+1}{2x^2+3}$ şi rezultă că $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{(2x^2+3)e^x} = \dfrac{1}{2}$.

c) Pentru funcția g se obține că $g(x)=x^2-5x$. Ecuația $g(x)=x^2-5x=0$ are soluțiile $x \in \{0,5\}$. Funcția g este continuă. Tabelul de semn este:

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
$g(x)$		+ + + + + + + +	0	− − − −	0	+ + + + + + + + + +	

d) Funcția este derivabilă pe $\mathbb{R}$ şi $f'(x)=(x^2-3x-4)\cdot e^x$, $x \in \mathbb{R}$.

e) Avem că $\dfrac{e^x}{f'(x)} = \dfrac{e^x}{(x^2-3x-4)e^x} = \dfrac{1}{x^2-3x-4}$. Se obține şi că $\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{x-4}-\dfrac{1}{x+1}\right) = \dfrac{1}{x^2-3x-4}$ deci egalitatea are loc.

f) Funcția este derivabilă şi $f'(x)=(x^2-3x-4)\cdot e^x$. Ecuația $f'(x)=0$ are soluțiile $x \in \{-1,4\}$. Tabelul de monotonie:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		+ + + + + + + +	0	− − − −	0	+ + + + + + + + + +	
$f(x)$		$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$	M	$\searrow \searrow \searrow$	m	$\nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow$	

Punctul $x=-1$ este punct de maxim local, iar punctul $x=4$ este punct de minim local.