

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. $f(1) + f(2) + \dots + f(100) = 2(1 + 2 + \dots + 100) - 1 \cdot 100 = 2 \frac{100 \cdot 101}{2} - 100 = 100(101 - 1) = 100^2$

2.a) $f(3) = 0 \Rightarrow 9 - 3(a - 2) - 2a = 0 \Rightarrow a = 3$.

Rezultă $f(x) = x^2 - x - 6$

b) $x^2 - x - 6 = 0$

Aplicând relațiile lui Viete $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases}$ se obține: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{13}{36}$

3.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - 3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 5 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \\ y_1 = 4 + \sqrt{5}; y_2 = 4 - \sqrt{5} \end{cases}$$

4a) $4^{2x} - 4^x - 6 = 0$. Se notează $4^x = t > 0$. Se obține $t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \{-2, 3\}; t_1 = -2 \notin (0, \infty)$

$t_2 = 3 \Rightarrow 4^x = 3 \Rightarrow x = \log_4 3$

b) $\sqrt{x+1} = 2x-1$.

$x+1 = (2x-1)^2 \Leftrightarrow x(4x-5) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \left\{0; \frac{5}{4}\right\}$. Soluția $x_1 = 0$ nu verifică ecuația dată; soluția $x_2 = \frac{5}{4}$ verifică ecuația dată.