Soluții

a) Avem $\int g(x)\,dx = \ln x + C$.

b) Avem $\int_1^e f(x)\,dx = 1$.

c) Rezultă uşor prin ridicare la puterea a doua a ambilor membrii.

d) Avem $\int_1^{2008} f(x)\cdot g(x)\,dx = f^2(x)\Big|_1^{2008} - \int_1^{2008} f'(x)\cdot f(x)\,dx$, de unde rezultă că $\int_1^{2008} f(x)\cdot g(x)\,dx = \frac{\ln^2 2008}{2}$.

e) Avem $F(x) = x\ln x - x + C$. Din $F(1) = 2008$, obținem $C = 2009$. Astfel, primitiva va fi $F(x) = x\ln x - x + 2009$.

f) Cum f este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$, conform inegalității de la punctul **c)** rezultă că $\ln\frac{x+y}{2} \geq \ln\sqrt{xy} = \frac{\ln x + \ln y}{2}$.

Punând în această ultimă inegalitate $y = 1$, şi integrând-o pe intervalul $[1,e]$, se obține inegalitatea cerută.