

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

a) $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1$ și apoi $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{2}{3}$;

b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{0,1\}$. Pentru $x \in [0,1]$ avem $g(x) \geq f(x)$ și deci $\mathcal{A} = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}$;

c) $\int_1^2 \frac{x+1}{f(x)+g(x)} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$, imediat: $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2$

d) Integrare prin părți, $\int_1^n e^x \cdot g(x) dx = (n-1)e^n$ și ajungem la $n=4$ singura soluție;

e) Pentru $x \geq 1$ avem $g(x) \leq f(x)$. Înmulțim inegalitatea anterioară cu $e^x > 0$ și apoi integrăm pe $[1, n]$

f) Abscisele punctelor de intersecție sunt $x_1 = \sqrt{t}, x_2 = -\sqrt{t}$, deci $h(t) = 2\sqrt{t}$ și $\int_1^4 h(t) dt = \frac{28}{3}$.