Solutie

1.a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}=2=m$

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-2x\right)=0=n$

$y=2x$ asimptota oblica spre ∞

b) $f'(x)=\frac{2x^4+6x^2}{\left(x^2+1\right)^2}>0$ *deci f strict crescatoare adica injectiva*

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$, f *continua* $\Rightarrow f$ *surjectiva*

f bijectiva,deci f inversabila

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f\left(e^x\right)\right)^{\frac{1}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln f\left(e^x\right)}{x}}=e^{\frac{3x\ln 2-2x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)}{x}}=8e^{-2}$

2a) $F'(x)=e^{\sin^2 x}>0$

de unde F este strict crescatoare

b) F este functie Rolle pe [0;x],deci, conform teoremei lui Lagrange,

$\exists c_x\in(0;x)$ *astfel incat* $\frac{F(x)-F(0)}{x-0}=F'(c_x)$

Adica $F(x)=xf(c_x)$

c) Cazul de nedeterminare $\frac{0}{0}$

Conform teoremei l'Hopital, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{F(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$