Soluție.

1. a) Avem că $|x-1|<2\sqrt{7} \Leftrightarrow -2\sqrt{7}<x-1<2\sqrt{7} \Leftrightarrow 1-\sqrt{28}<x<1+\sqrt{28}$ şi $\sqrt{28}=5,29...$, deci $A=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6\}$, de unde rezultă că mulțimea A are 11 elemente.

b) Avem că $a=\log_3 81+\log_{\frac{1}{2}} 32+3^{\log_3 4}=\log_3\left(3^4\right)+\log_{2^{-1}}\left(2^5\right)+4^{\log_3 3}=4\log_3 3+\frac{5}{-1}\cdot\log_2 2+4^1=4-5+4=3\in\mathbb{N}$.

2. Avem că $12^2=(x-5)\cdot(x+5)\Leftrightarrow 144=x^2-25\Leftrightarrow x^2=169\Leftrightarrow x\in\{-13,13\}$.

3. Putem programa în ultima zi o teză în 3 moduri şi două teze în celelalte 9 zile pot fi programate în $A_9^2=72$ de moduri, deci cele trei teze pot fi programate în $3\cdot 72=216$ moduri.

4. a) $f(-x)=3^{|2-(-x)|}+3^{|2+(-x)|}=3^{|2+x|}+3^{|2-x|}=f(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcția f este pară.

b) Pentru $x\in[2,+\infty)$ avem că $f(x)=3^{x-2}+3^{x+2}$, deci funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[2,+\infty)$, deoarece pe intervalul $[2,+\infty)$ funcția f este o sumă a funcțiilor strict crescătoare $x\rightarrow 3^{x-2}$ şi $x\rightarrow 3^{x+2}$. Obținem că $f(x)\geq f(2)=82$ pentru orice număr real $x\in[2,+\infty)$, de unde rezultă că $a=82$.