Rezolvare

1) **a)** $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=x\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)>0,\ \forall x<0.$

b) $f''(x)=\dfrac{2}{\left(x^2+2\right)\sqrt{\left(x^2+2\right)}}-\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{\left(x^2+1\right)}}=\dfrac{2t\cdot\sqrt{t}-(t+1)\sqrt{t+1}}{(t+1)\cdot t\cdot\sqrt{t(t+1)}}$, unde $t=x^2+1.$

Se arată că există un singur t pentru care numărătorul este 0, deci două valori pentru x.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\Rightarrow y=0$ este asimptotă la $-\infty$.

2) **a)** $F_1(\pi)=\pi$ (se integrează prin părți).

b) $F_{n+1}(1)-F_n(1)=\int_0^1 t\cdot\sin^2 t\cdot(\sin t-1)\,dt<0.$

c) $0\le F_n(1)\le\int_0^1 t^{n+1}dt=\dfrac{1}{n+2}\Rightarrow\lim\limits_{n\to\infty}F_n(1)=0.$