

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Soluție:

a)  $f'(x) = e^x \cdot (ax^2 + 2ax + b)$  și  $f'(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow a=1, b=1$

b)  $G(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x + k$ . Din  $G(0) = 2 \Rightarrow k=1$ , deci  $G(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x + 1$

c)  $\int_0^3 f(x) \cdot e^{-x} dx = \int_0^3 (ax^2 + b) dx = 9a + 3b$ . Continuând, avem  $9a + 3b \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  putem lua, de exemplu,

$a = b = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ , pentru care  $9a + 3b = 4 \in \mathbb{Z}$

d) Integrare prin părți și avem  $\int_0^1 ax^2 \cdot e^x dx = a(e-2)$ , de unde  $a=1$

e) Pentru orice  $x > 0$  avem  $(x+1)^2 \cdot e^x \geq (x+1)^2$ . Integrăm inegalitatea anterioară pe  $[0, c]$  și avem

$$\int_0^c g(x) dx \geq \frac{c^3}{3} + c^2 + c \geq c, \forall c > 0$$

f)  $\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)} dx < \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$ , deci  $\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)} dx = \frac{3}{2} + 2 \ln 2 < \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{3}{4} = 3$