

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) Calcul elementar.

b) Asociativitatea rezultă din $(x * y) * z = 4(x+3)(y+3)(z+3) - 3 = x * (y * z)$.

c) Din definiția elementului neutru se obține $2(x+3)(e+3) - 3 = x$, adică $2(e+3) = 1$ și deci $e = -\frac{5}{2}$.

d) Dacă $x, y \in G$, atunci $(x+3), (y+3) \in (0, \infty)$, deci $(x+3)(y+3) \in (0, \infty)$ și imediat

$x * y = 2(x+3)(y+3) - 3 \in (-3, \infty)$, deci $x * y \in G$.

e) Se ține cont de punctele precedente și de faptul că din definiția elementelor simetrizabile pentru orice

$x \in G$ se obține $x' = -3 + \frac{1}{4(x+3)} \in (-3, \infty)$

f) $x * x * x * x = 2^3(x+3)^4 - 3 = 2^n(x+3)^4 - 3, \forall x \in \mathbb{R}$, de unde $n = 3$.