Soluție

1. Avem formulele $P_n = n!, A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}, C_n^k = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$, deci $P_2 = 2, C_4^1 = 4, A_3^1 = 3$, deci $\frac{P_2 + C_4^1}{A_3^1} = 2$.

2. Impunem $x+1 = \frac{(x-1)+(2x-1)}{2}$, deci $2x+2 = 3x-2, x = 4$.

3. $f(0) + f(1) + \ldots + f(4) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1}{2^4} = \frac{2^5 - 1}{16} = \frac{31}{16}$.

4. Utilizăm relațiile lui Viete: $S = x_1 + x_2 = -\frac{-(m-1)}{1} = m-1; P = x_1 x_2 = \frac{-m}{1} = -m$, deci $m-1 = 2(-m+4), 3m = 9, m = 3.$

5. Utilizăm ecuația dreptei care trece prin două puncte de coordonate cunoscute: $\frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{x-x_A}{x_B-x_A}$, deci $\frac{y-1}{-2-1} = \frac{x-2}{1-2}, y-1 = 3x-6,$ obținem $AB: y = 3x-5$.

6. Aplicăm exprimarea ca rapoarte de laturi a funcțiilor trigonometrice în triunghi dreptunghic și formula înălțimii: $\sin B = \frac{AC}{BC}, \sin C = \frac{AB}{BC}, AD = \frac{AB\cdot AC}{BC}$; obținem $AD^2 = AB\cdot AC\cdot\frac{AC}{BC}\cdot\frac{AB}{BC} = \left(\frac{AB\cdot AC}{BC}\right)^2$, adevărat.