

Soluție

1. a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EM} = 2 \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}.$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{5} \cdot \overrightarrow{AM},$ deci $6 \cdot \overrightarrow{AM} = 5 \cdot \overrightarrow{AB}.$

2. a) Se notează cu x lungimea ipotenuzei BC , deci $AB = x \cdot \sin C$, $AC = x \cdot \cos C$ și $AB = x \cdot \frac{1}{2}$, $AC = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Se obține $x \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6\sqrt{3} + 18$, deci $x = 12.$

b) Din teorema sinusurilor $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$, $\sin B = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

3. a) Se notează $C(x; 0)$, $B(0; y)$. $\frac{0+x}{2} = 3$, $\frac{y+0}{2} = 2$, $x = 6$, $y = 4.$

b) Se notează cu D piciorul perpendicularei din O pe BC . $OD = \frac{OB \cdot OC}{BC}$, $OD = \frac{12\sqrt{13}}{13}.$