

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

a) Se pune condiția $f(1) = 0$. Se obține $a = 1$.

b) Caz de nedeterminare $\frac{0}{0}$. Se obține $l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (x-a) \cdot e^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x-a) \cdot e^{-x} = -a$.

c) Se obține $h(x) = \frac{x^2 - ax}{x+1}$, $m = 1$, $h(x) - x = \frac{-ax - x}{x+1}$, $n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-ax - x}{x+1} = -a - 1$. Condiția $n = 8$ conduce la $a = -9$.

d) Inecuația este $(x^2 - x) \cdot e^{-x} \cdot e^x \leq 0$. Se aduce inecuația la forma $x^2 - x \leq 0$. Tabelul de semn pentru $E(x) = x^2 - x$ este:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$E(x)$	+	+	+	+
	+	0	-	-
	-	-	0	+
	-	-	+	+
	+	+	+	+

Soluția inecuației este $x \in [0, 1]$.

e) Limitele laterale în $x_0 = 1$ sunt: $h_1(1-0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = (1-a) \cdot e^{-1}$ și $h_1(1+0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = 1$. Din egalitatea

limitelor rezultă $a = 1 - e$.

f) Funcția este derivabilă și $f'(x) = e^{-x} \cdot (-x^2 + ax + 2x - a)$. Se obține $f'(1) = e^{-1}$.