Soluție:

a) $G(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+k$;din $G(2)=0\Rightarrow k=-6$,de unde $G(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}-6$

b) $f(2x)=4x^2+2x+1$ şi $\int_0^1 f(2x)dx=\frac{10}{3}$;

c) $F^{/}(x)=f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$,deci F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$,de unde imediat $F(\sqrt{3})<F(\sqrt{5})$.

d) $\int_0^1 g(x)dx=\frac{3}{4}$ .Căutăm o funcție de forma $h(x)=ax$ şi , din $\int_0^1 h(x)dx=\frac{3}{4}$,deducem $a=\frac{3}{2}$,deci un exemplu este $h(x)=\frac{3x}{2}$

e) $\int[f(x)-g(x)]dx=-\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+x+k$

f) $\int\left(f(x)-x^2\right)\cdot\ln xdx=\int(x+1)\cdot\ln xdx$ şi acum integrare prin părți :

$\int\left(f(x)-x^2\right)\cdot\ln xdx=\frac{(x+1)^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}-x-\frac{1}{2}\ln x+\mathcal{C}$