

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) Fie $x, y \in (1, +\infty)$. $x \circ y = 1 + \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 xy > 1$ pentru că $xy > 1$ și deci $\log_3 xy > 0$

b) $a = (3^2 \circ 3^3) \circ 3^4 = (1 + \log_3 3^2 + \log_3 3^3) \circ 3^4 = 6 \circ 3^4 = 1 + \log_3 6 + \log_3 3^4 = \log_3 1458$.

$b = 3^2 \circ (3^3 \circ 3^4) = 3^2 \circ (1 + \log_3 3^3 + \log_3 3^4) = 3^2 \circ 8 = 1 + \log_3 3^2 + \log_3 8 = \log_3 216$. Deci $a > b$.

c) Deoarece $(3^2 \circ 3^3) \circ 3^4 \neq 3^2 \circ (3^3 \circ 3^4)$ legea „ \circ ” nu este asociativă pe G .

d) $3^m \circ 3^n = 1 + \log_3 3^m + \log_3 3^n = m + n + 1$.

e) $3^x \circ 9^x = 10 \Leftrightarrow 1 + \log_3 3^x + \log_3 9^x = 10 \Leftrightarrow 1 + x + 2x = 10 \Leftrightarrow x = 3$. Deci $S = \{3\}$

f) $S = (3^1 \circ 3^2) + (3^3 \circ 3^4) + (3^5 \circ 3^6) + \dots + (3^{11} \circ 3^{12}) =$

$= (1 + 2 + 1) + (3 + 4 + 1) + (5 + 6 + 1) + \dots + (11 + 12 + 1) = (1 + 2 + 3 + \dots + 12) + 6 = \frac{12 \cdot 13}{2} + 6 = 84$.