

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $x=1$ se obține $a+b=1$; $x=4$ se obține $8a+b=1$; $a=0$, $b=1$.

b) $\int f(x)dx = \int (x^2 - x + \frac{1}{\sqrt{x}})dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$.

c) $(x^2 - x)\Big|_m^n = 2$, $(n-m)(n+m-1) = 2$; $m=1, n=2$.

d) f continuă pe $[1,9]$; $vol(C_f) = \pi \int_1^9 (3 - \frac{2}{\sqrt{x}})^2 dx = 4\pi(6 + \ln 9)$.

e) $I = \int_1^3 |3^x - 9| dx = -\int_1^2 (3^x - 9) dx + \int_2^3 (3^x - 9) dx = \frac{12}{\ln 3}$.

f) $x^2 - x + 1 \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$; $x^2 + 1 \geq x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, $\ln x \geq 0$ pentru $x \in [1, e]$;
 $(x^2 + 1) \ln x \geq x \ln x$, de unde prin integrare pe $[1, e]$ se obține afirmația din enunț.