

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluție**

a) Se derivează folosind formula de derivare a produsului.

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{f'(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x+2} = 1.$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x} = (f')'(0) = 3$  sau  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - x}{x} + 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} + 1 = 3$

d)  $(x+2)e^x(e+1) = 0, x = -2$  soluție, deoarece  $e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

e) Rezolvăm ecuația  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$  și alcătuim tabelul de variație.

$x$	$-\infty$	$-2$	$\infty$
$f'(x)$	-----0+++++++		
$f(x)$	↘↘↘↘↘↘↘↘ $-\frac{1}{e^2}$ ↗↗↗↗↗↗↗↗		

Funcția are un punct de extrem local,  $x = -2$ .

f) Înlocuind valorile derivatei și folosind formula sumei primilor 2008 termeni ai unei progresii geometrice de rație  $e$ , se obține :

$$S = \frac{1}{2}2e^0 + \frac{1}{3}3e^1 + \dots + \frac{1}{2009}2009e^{2007} = \frac{e^{2008} - 1}{e - 1}.$$