

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SOLUȚIE:**

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x^2 + x \geq 0; \\ -x^2 - x + 1, & x^2 + x < 0, \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \in (-\infty, -1] \cup [0, \infty); \\ -x^2 - x + 1, & x \in (-1, 0). \end{cases}$

b)  $f(x) = 7 \Rightarrow x = -3 \vee x = 2$  Abscisa punctului de tangență este un număr pozitiv  $\Rightarrow x = 2$  și punctul de tangență are coordonatele  $(2, 7)$  iar  $f'(2) = 5$ . Atunci,  $t: y - 7 = 5(x - 2)$ , adică  $t: y = 5x - 3$  este ecuația tangentei.

c) Intersecția este dată de soluția sistemului  $\begin{cases} y = 5x - 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow P\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$

$$PO = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$ ,  $y = 1$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  și spre  $-\infty$

e)  $g'(x) = \frac{(2x+1)(x^2-x+1) - (2x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)^2} \Rightarrow g'(x) = \frac{-2(x^2-1)}{(x^2-x+1)^2}$

f)

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$									
$g'(x)$	-----	0	+++++	0	-----								
$g(x)$	1	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	1

Din analiza tabloului de variație  $\Rightarrow g(x) \in \left[\frac{1}{3}, 3\right] \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq g(x) \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$