

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

a) $C = \begin{pmatrix} x-2 & 1 \\ 1 & x-2 \end{pmatrix}$

b) $A^2 = I_2$

c) $\det C = (x-2)^2 - 1$
 $\det C = x^2 - 4x + 3$

d) $A - I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
 $A + I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 $(A - I_2)(A + I_2) = O_2$

e) $C^2 = \begin{pmatrix} (x-2)^2 + 1 & 2x-4 \\ 2x-4 & (x-2)^2 + 1 \end{pmatrix}$
 $(2x-4)C = \begin{pmatrix} (2x-4) \cdot (x-2) & 2x-4 \\ 2x-4 & (2x-4) \cdot (x-2) \end{pmatrix}$

Obținem ecuația $(x-2)^2 + 1 = (2x-4)(x-2)$
 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $x \in \{1; 3\}$

f) Ținând cont de b), avem $A^{2k} = I_2$ și $A^{2k+1} = A$
 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2008} = 1004 \cdot (A + I_2)$

Suma este $\begin{pmatrix} 2008 & 0 \\ 1004 & 0 \end{pmatrix}$