Rezolvare

1a. c. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x+2}\right)=2$.

.b. Din $\left(\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{1}{(x+1)^2}$ şi $\left(\frac{x+1}{x+2}\right)' = \frac{1}{(x+2)^2}$. Avem $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}$.

c. Din $f(0)=\frac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2$ şi f crescătoare pe $[0,\infty)$ obținem $\frac{1}{2}\le f(x)<2,\ \forall x\in[0,\infty)$.

2.a. $I_1(x)=\int_0^x I_0(t)dt = x$.

b. $Aria\Gamma_{I_2} = \int_0^1 I_2(x)dx = \int_0^1 \frac{x^2}{2}dx = \frac{x^3}{6}\Big|_0^1 = \frac{1}{6}$.

c. Fie $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+x+\frac{x^2}{2}-e^x$. Atunci $f'(x)=1+x-e^x$ şi $f''(x)=1-e^x$. Se demonstrează că $x=0$ este punct de maxim pentru f' şi f $\Rightarrow f(x)\le f(0) \Rightarrow$ relatia cerută.