Soluție

1.a) $[A, A^2] = A^3 - A^3 = 0_2$

1.b) Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; A^* = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$. $A \cdot A^* = A^* \cdot A$.

1.c) $[A, BC - CB] = ABC - ACB - BCA + CBA$ **.**Prin permutări circulare se obțin celelalte două relații.Adunând se obține egalitatea.

2.a) $0 < a < 1, 0 < b < 1 \Rightarrow ab \in (0,1), (1-a)(1-b) \in (0,1)$

2.b) $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare , deci injectivă. f este continuă deci

Are P.D . , $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 0, \lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1 \Rightarrow \operatorname{Im} f = (0,1) \Rightarrow f$ surjectivă, deci bijectivă.

Se verifică egalitatea.

2.c) $f(1) = \frac{1}{2}; \exists! y > 0, f(y) = x; f(y^3) = x \circ x \circ x = f(1) \Rightarrow y^3 = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$