

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

**1.a.** Din  $f'(x) = \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2}$ .

**b.**  $f(0) = \frac{1}{2}, f'(0) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(0) + f'(0) = \frac{3}{4}$ .

**c.**  $f''(x) \geq 0, \forall x \in [0,1] \Rightarrow f'$  crescătoare pe  $[0,1] \Rightarrow f'(0) \leq f'(x) \leq f'(1), \forall x \in [0,1]$  și  $f'(x) \geq 0, \forall x \in [0,1]$

$\Rightarrow f$  crescătoare pe  $[0,1] \Rightarrow f(0) \leq f(x) \leq f(1) \Rightarrow \frac{1}{f(1)} \leq \frac{1}{f(x)} \leq \frac{1}{f(0)}$ . Finalizare.

**2.a.**  $F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x e^{-t}dt = -e^{-t} \Big|_0^x = -e^{-x} + 1 = -f(x) + 1$

**b.**  $h''(x) = (F - f)''(x) = f'(x) - f''(x)$  și  $f''(x) = e^{-x}, (F - f)''(x) = -2e^{-x} \Rightarrow h$  concavă pe  $\mathbb{R}$ .

**c.**  $\int_0^x t f(t^2)dt = \int_0^x t e^{-t^2}dt = -\frac{1}{2}e^{-t} \Big|_0^x = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + \frac{1}{2}$ . Deci,  $L = \frac{1}{2}$