

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție:**

a)  $\int_1^e g(x)dx = \ln x \Big|_1^e$  , deci  $\int_1^e g(x)dx = 1$

b)  $\int_0^1 (x^3 + x) \cdot f(x)dx = \int_0^1 2x dx$  , deci  $\int_0^1 (x^3 + x) \cdot f(x)dx = 1$

c)  $\int_1^m \sqrt{x} \cdot g(x)dx = \int_1^m \frac{1}{\sqrt{x}} dx$  , apoi  $\int_1^m \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2(\sqrt{m} - 1)$  . Finalizând, avem  $2(\sqrt{m} - 1) = 2 \Rightarrow m = 4$

d)  $\int_1^2 g(x)dx + \int_2^3 g(x)dx + \dots + \int_{n-1}^n g(x)dx = \int_1^n \frac{1}{x} dx$  și deci  $\int_1^n \frac{1}{x} dx = \ln n = \ln 2008 \Rightarrow n = 2008$

e)  $G(x) = \ln x + k$  și  $G(1) = k = 2 \Rightarrow G(x) = \ln x + 2$  . Acum  $G$  este strict crescătoare și pentru  $x \geq 2$

avem  $G(x) > 0$  , de unde  $0 < G(2) < G(3), 0 < G(4) < G(5)$  . Concluzionând:  $\frac{1}{G(2)} > \frac{1}{G(3)}, \frac{1}{G(4)} > \frac{1}{G(5)}$

și se adună ,membru cu membru,aceste inegalități

f)  $\frac{2}{1+x^2} \leq \frac{1}{x}, \forall x > 0$  . Integrăm inegalitatea precedentă pe  $[1, e]$  și ajungem la  $\int_1^e f(x)dx \leq 1$