

Soluție

1. $f(1) = -2 \Leftrightarrow -3 + a = -2 \Leftrightarrow a = 1$. Dar $f(x) < 0 \Leftrightarrow -3x + 1 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$

2. a) Ecuația $f(x) = 0$ nu are nicio soluție.; $\Delta = 16 + 4m$; $\Delta < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -4)$

b) axa de simetrie are ecuația $x = -2$, deci $f(-2 - x) = f(-2 + x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$f(-2 + 2008) = f(-2 - 2008) \Rightarrow f(2006) = f(-2010)$

3. $x_V = -\frac{b}{2a}$; $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$. Înlocuind se obține $x_V = \frac{2a+1}{2}$, $y_V = -\frac{4a^2+1}{4}$

Înlocuind în ecuația parabolei se obține $-\frac{4a^2+1}{4} = -\left(\frac{2a+1}{2}\right)^2 + \frac{2a+1}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 = 0$

4. a) $f\left(\frac{3}{2}\right) = 3\sqrt{3} + 8$, $f(2) = 25$, $f\left(\frac{5}{2}\right) = 9\sqrt{3} + 32$, rezultă $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(2) < f\left(\frac{5}{2}\right)$

Obs. Dacă se utilizează monotonia funcțiilor exponențiale cu bazele supraunitare 3, respectiv 4, se acordă **3p** pentru justificarea monotoniei și **2p** pentru finalizare.

b) Se observă că $f(x) \geq 4^x + \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^x \geq 3^{-2}$..Deci $x \geq -2 \Leftrightarrow x \in [-2, \infty)$