

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1. a) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

b) $d: y - f(1) = f'(1)(x-1)$, $d: y = 2$.

c) Din studiul semnului derivatei lui f se deduce că f este descrescătoare pe $[0,1]$ și crescătoare pe $[1,+\infty)$ deci $f(x) \geq f(1) = 2, \forall x > 0$ de unde concluzia.

2. a) $\int f_2(x)dx = \int (2x^2 - 2x + 1)dx = \frac{2x^3}{3} - x^2 + x + C$.

b) $A(\Gamma_g) = \int_0^1 (2x^2 - 2x + 1)e^x dx = (2x^2 - 6x + 7)e^x \Big|_0^1 = 3e - 7$.

c) $x^n \geq x^{n+1}$ și $(1-x)^n \geq (1-x)^{n+1}$ pentru orice $x \in [0,1]$ de unde prin însumare și integrare se obține că

$$\int_0^1 f_n(x)dx \geq \int_0^1 f_{n+1}(x)dx.$$