

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a). $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x \perp y = \frac{1}{2}(xy - x - y + 1 + 2) = \frac{1}{2}(xy - x - y + 1) + 1$

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{2}(xy - x - y + 1) + 1 = \frac{1}{2}[x(y-1) - (y-1)] + 1 = \frac{1}{2}(x-1)(y-1) + 1$$

b). Pentru $x, y, z \in \mathbb{R}$ se demonstrează că

$$(x \perp y) \perp z = x \perp (y \perp z) = \frac{1}{4}[xyz - (xy + xz + yz) + (x + y + z) + 3]$$

c). $\begin{cases} x \in M \\ y \in M \end{cases} \Rightarrow xy - x - y + 1 > 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{1}{2}(xy - x - y + 3) > 1 \Rightarrow x \perp y \in M$.

d). $5^x \perp 3^{x-3} = 1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{1}{2}(5^x - 1)(3^{x-3} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases}$.

e). $(x+2) \perp (x-3) < 1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{1}{2}(x+1)(x-4) < 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x \in (-1, 4)$.

f). Se folosește **a).** de două ori unde $x = y$ sau se ține cont de **b).** pentru $x = y = z$ și se ajunge la egalitatea

$$\frac{1}{4}(x^3 - 3x^2 + 3x + 3) = 2^n \cdot (x-1)^3 + 1. \text{ Calculele vor conduce la } n = -2.$$