

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) Funcția f este impară dacă $f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = \frac{-x}{1+x} = -f(x).$$

b) Funcția f este continuă pe \mathbb{R} , nu are asimptote verticale.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ asimptotă orizontală spre } \infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ asimptotă orizontală spre } -\infty.$$

c) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = |x|$.

d) Se derivează funcția $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x}, x < 0 \\ \frac{x}{1+x}, x \geq 0 \end{cases}$

e) Din tabelul de variație

x	$-\infty$											∞
$f'(x)$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$f(x)$	-1	\nearrow		\nearrow		\nearrow		\nearrow		\nearrow		1

$\Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare pe \mathbb{R} .

f) $|a+b| \leq |a| + |b|, \forall a, b \in \mathbb{R}$.

Funcția f strict crescătoare pe $\mathbb{R} \Rightarrow f(|a+b|) \leq f(|a| + |b|), \forall a, b \in \mathbb{R}$.

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|+|b|}{1+|a|+|b|} = \frac{|a|}{1+|a|+|b|} + \frac{|b|}{1+|a|+|b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}.$$