Ministerul Educației, Cercetării şi Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum şi Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Solutie

1a) $f'(x)=e^x+3x^2-2x+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$, de unde rezulta ca functia este strict crescatoare

b) din punctul anterior rezulta ca functia este injectiva

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$,functia este continua,deci surjectiva,adica inversabila

c) cu substitutia $x=f(y)$ obtinem $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f^{-1}(x)}{\ln x}=\lim\limits_{y\to\infty}\frac{y}{\ln(e^{3y}+y^3-y^2+y)}=\frac{1}{3}$

2a) $$I_1=\int_0^1\frac{x}{x^2+3x+2}dx=\int_0^1\left(\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x+1}\right)dx=2\ln 3-3\ln 2$$

b) $$I_{n+2}+3I_{n+1}+2I_n=\int_0^1 x^n dx=\frac{1}{n+1}$$

c) $$nI_n=\int_0^1 nx^n\left(\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\int_0^1\frac{2x(x^n)'}{x+2}dx-\int_0^1\frac{x(x^n)'}{x+1}dx=$$

$$=\frac{1}{6}-4\int_0^1\frac{x^n}{(x+2)^2}dx+\int_0^1\frac{x^n}{(x+1)^2}dx$$, de unde rezulta $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n=\frac{1}{6}$