

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

Rezolvare

$$a) \quad \frac{1}{2} * \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)}{1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{5} \in (-1, 1)$$

$$b) \quad (\forall) x, y, z \in M, (x * y) * z = \left(\frac{x+y}{1+xy}\right) * z = \frac{(x+y+z) + xyz}{1+xy+xz+yz} = x * (y * z).$$

$$c) \quad x * 0 = \frac{x+0}{1+x \cdot 0} = x = 0 * x, (\forall) x \in (-1, 1). \text{ Deci } e = 0 \text{ este element neutru.}$$

$$d) \quad x * x' = 0 \Rightarrow \frac{x+x'}{1+xx'} = 0 \Rightarrow x+x' = 0 \Rightarrow x' = -x. \text{ Deci } (\forall) x \in (-1, 1), (\exists) x' = -x \in (-1, 1) \text{ astfel încât } x * x' = 0.$$

$$e) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} * \frac{1}{y} = \frac{\frac{x+y}{xy}}{\frac{xy+1}{xy}} = \frac{x+y}{xy+1} \\ x * y = \frac{x+y}{1+xy} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} * \frac{1}{y} = x * y, \forall x, y \in (0, +\infty).$$

f) Din punctul e) avem că:

$$\left. \begin{array}{l} 1 * \frac{1}{2} = 1 * 2 \\ \frac{1}{3} * \frac{1}{4} = 3 * 4 \\ \dots \\ \frac{1}{7} * \frac{1}{8} = 7 * 8 \end{array} \right\} \Rightarrow E = 1.$$