Soluție

1. $\dfrac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}=\dfrac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{-1}$

Fie a numărul din enunț. Avem $a=\dfrac{\sqrt{1}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\ldots+\sqrt{99}-\sqrt{100}}{-1}=-\sqrt{1}+\sqrt{100}=9$, deci $a\in\mathbb{N}$.

2. Graficul funcției f intersectează axa Ox în două puncte distincte dacă și numai dacă ecuația $f(x)=0$ are două soluții reale $\Leftrightarrow\ \Delta>0\ \Leftrightarrow\ m^2-8>0\ \Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-2\sqrt{2}\right)\cup\left(2\sqrt{2};+\infty\right)$.

3. Se impune condiția $x\in(-1;+\infty)$. Ecuația dată este echivalentă cu $\log_3\left[(x+1)(x+3)\right]=\log_3 3\ \Leftrightarrow$ $x^2+4x=0$ cu soluțiile 0 și -4. Cum $x\in(-1;\infty)$, rezultă că $x=0$ este unica soluție a ecuației date.

4. Mulțimea A are 2^5 submulțimi. Numărul submulțimilor cu trei elemente ale lui A este C_5^3.

Probabilitatea cerută este $\dfrac{C_5^3}{2^5}=\dfrac{10}{32}=\dfrac{5}{16}$.

5. Fie $G(x_G\,,\,y_G)$ centrul de greutate al triunghiului *ABC*.

Avem $x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{4}{3}$ și $y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{5}{3}$.

6. Folosim relația $|\sin x|=\sqrt{\dfrac{1-\cos 2x}{2}}$.

Cum $\dfrac{\pi}{8}\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\ \sin\dfrac{\pi}{8}>0$. Atunci $\sin\dfrac{\pi}{8}=\sqrt{\dfrac{1-\cos\left(2\cdot\dfrac{\pi}{8}\right)}{2}}=\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.