

Rezolvare

1. a) $f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x$, pentru orice $x > 0$.

b) $d: y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, $d: y = -1$.

c) $f''(x) = \frac{1}{x} > 0$ pentru orice $x > 0$ deci f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. a) $\int f_1(x) dx = \int (x+1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

b) $A(\Gamma_g) = \int_0^1 \sqrt{x+1} dx = \frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} \Big|_0^1 = \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$.

c) $\int_0^1 \sqrt{f_n(x)} dx \leq \int_0^1 \sqrt{1+1} dx = \sqrt{2}$.