Soluție.

1. a) Avem că $|x-2|<5\sqrt{2} \Leftrightarrow -5\sqrt{2}<x-2<5\sqrt{2} \Leftrightarrow 2-\sqrt{50}<x<2+\sqrt{50}$ şi $\sqrt{50}=7,07...$, deci $A=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,...,8,9\}$, de unde rezultă că mulțimea A are 15 de elemente.

b) Avem că $a=\log_2 32+\log_{\frac{1}{3}} 27+3^{\log_3 5}=\log_2 2^5+\log_{3^{-1}} 3^3+5^{\log_3 3}=5\log_2 2+\frac{3}{-1}\cdot\log_3 3+5^1=$
$=5-3+5=7\in\mathbb{N}$.

2. Avem că $4^2=(x-3)\cdot(x+3) \Leftrightarrow 16=x^2-9 \Leftrightarrow x^2=25 \Leftrightarrow x\in\{-5,5\}$.

3. Putem programa în prima zi o teză în 3 moduri şi două teze în următoarele şapte zile pot fi programate în $A_7^2=42$ de moduri, deci cele trei teze pot fi programate în $3\cdot 42=126$ de moduri.

4. a) $f(-x)=2^{|1-(-x)|}+2^{|1+(-x)|}=2^{|1+x|}+2^{|1-x|}=f(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcția f este pară.

b) Pentru $x\in[1,+\infty)$ avem că $f(x)=2^{x-1}+2^{x+1}$, deci funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[1,+\infty)$, deoarece pe intervalul $[1,+\infty)$ funcția f este o sumă a funcțiilor strict crescătoare $x\to 2^{x-1}$ şi $x\to 2^{x+1}$. Obținem că $f(x)\ge f(1)=5$ pentru orice număr real $x\in[1,+\infty)$, de unde rezultă că $a=5$.