

**Soluție**

1. a)  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{DA} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2}$  (1);  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} = \frac{\overrightarrow{DC}}{2} + \overrightarrow{DA} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2} + \overrightarrow{DA}$  (2)

Din (1) și (2) rezultă  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{MB}$ .

1. b)  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{MB} \Rightarrow DP \parallel BM$ ,  $AP = PB \Rightarrow PF$  linie mijlocie în triunghiul  $ABG \Rightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AF}$

2. a) Din teorema cosinusului în triunghiul  $ABD$  avem:  $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos B$

$$BD = \frac{BC}{3} = 2 \Rightarrow AD^2 = 6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 28 \Rightarrow AD = 2\sqrt{7}$$

2. b) Din teorema sinusurilor în triunghiul  $ABD$  avem:  $\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin(\sphericalangle BAD)} \Rightarrow$

$$\frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sin(\sphericalangle BAD)} \Rightarrow \sin(\sphericalangle BAD) = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}$$

3. a)  $BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{63}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4225}{25}} = \sqrt{169} = 13$

3. b)  $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4}{3}$ ,  $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow AB \perp AC$