Soluții

1.a) Avem ca $f'(x)=\dfrac{36\cdot x^2-1}{x}, x>0 \Rightarrow f$ este strict descrescatoare pe $\left(0,\dfrac{1}{6}\right]$ si strict crescatoare pe $\left[\dfrac{1}{6},\infty\right)$.

b) Din a) avem ca $f(x)\ge f\left(\dfrac{1}{6}\right)=\dfrac{1}{2}+\ln 6, \forall x>0$, deci $a\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}+\ln 6\right]$

c) Deoarece $\lim\limits_{x\searrow 0} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$,utilizand a) avem ca pentru $m<\dfrac{1}{2}+\ln 6=m_0$ ec.are 0 radacini reale, pentru $m=m_0$ ec.are o radacina reala, iar pentru $m>m_0$ ec. are doua radacini reale.

2.a) Functia este continua deci are primitive.
Daca F este o primitiva pentru f_a,atunci $F'(x)=f_a(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.
Asadar functia F este strict crescatoare pe $\mathbb{R}$.

b) Avem ca $\int_0^3 \dfrac{1}{|x-2|+3}dx=\int_0^2\dfrac{1}{5-x}dx+\int_2^3\dfrac{1}{x+1}dx=\ln\dfrac{20}{9}$.

c) Avem: $\lim\limits_{a\to\infty}\int_0^3 f_a(x)dx=\lim\limits_{a\to\infty}\int_0^3\dfrac{1}{a-x+3}dx=\lim\limits_{a\to\infty}\ln\dfrac{a+3}{a}=0$.