

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**a)**  $\int x^3 f(x) dx = \int (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \ell, \ell \in \mathbb{R}$

**b)**  $\int_1^e f(x) dx = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx - \int_1^e x^{-2} dx = \ln |x| \Big|_1^e - \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}$

**c)**  $\int_1^n x^2 f(x) dx = \int_1^n (x-1) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^n = \frac{(n-1)^2}{2} \Rightarrow (n-1)^2 = 16 \Rightarrow n_1 = -3, n_2 = 5; n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 5$

**d)**  $t_{F(x_0)} // d : mx - y + 2 = 0 \Rightarrow F'(x_0) = m \Rightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow F'(x_0) = F'(2) = f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$

**e)** Integrând prin părți, obținem:  $\int_1^e f(x) \ln x dx = \frac{2}{e} - \frac{1}{2}$

**f)** folosim teorema de medie pentru funcția  $f$  :

$$,,m \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M \cdot (b-a), \forall a, b \in \mathbb{R}, a \leq b, \text{ unde } m \text{ și } M \text{ sunt valorile de minim respectiv}$$

maxim ale funcției  $g$  în intervalul  $[a, b]$ ”;  $x^2 - x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq x - 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2} \leq 1 \Leftrightarrow f(x) \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int_a^{a+1} f(x) dx \leq 1[(a+1) - a] = a+1 - a = 1$$