

Rezolvare

1. a) $f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2 + 1)}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$, pentru orice $x > 0$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ deci $y = x$ este asimptotă oblică la $+\infty$.

c) $f''(x) = \frac{2}{x^3} > 0$, pentru orice $x > 0$ deci f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. a) $\int f_0(x) \cdot e^{-x} dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

b) $A(\Gamma_{f_1}) = \int_0^1 (x^2 + 1) \cdot e^x dx = (x^2 - 2x + 3) e^x \Big|_0^1 = 2e - 3$.

c) $\int_0^1 f_{2007}(x) dx + \int_0^1 f_{2009}(x) dx = \int_0^1 (x^{2008} (1 + x^2) + 2) \cdot e^x dx \geq \int_0^1 (x^{2008} \cdot 2x + 2) \cdot e^x dx = 2 \int_0^1 f_{2008}(x) dx$