

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție:

1.a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{3x^2 - 4x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 2}{6x - 4} = \frac{4}{2} = 2.$

b) $f'(x) = 4x^3 - 12x + 18$; $f''(x) = 12x^2 - 12$; $f''(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_2 = -1$

Tabelul de semne pentru $f'' \Rightarrow$ funcția f este concavă pe intervalul $(-1, 1)$ și

convexă pe intervalele $(-\infty, -1)$ și $(1, \infty)$.

c) $g(x) = (x^2 - 1) \ln x$; g continuă pe $(0, \infty)$; $g(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \in (0, \infty)$ și

$x_2 = -1 \notin (0, \infty)$; $g\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1 - e^2}{e^2} \cdot (-1) > 0$, $g(e) = (e^2 - 1) \cdot \ln e > 0$. Tabelul de semne

pentru $g \Rightarrow g$ pozitivă pe tot domeniul de definiție, cu excepția $g(1) = 0$

2.a) $l_s(0) = l_d(0) = 1 = f(0) \Rightarrow f$ cont. în $x=0 \Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe \mathbb{R} .

b) $\int_0^1 f(x) dx = \left(\ln(x+1) - \frac{2}{3} x\sqrt{x} \right) \Big|_0^1 = \ln 2 - \frac{2}{3}$. **c)** $g(x)$ își schimbă semnul

pentru $x \in [0, 1]$. Propun:

c) $g(x) = \left(\frac{1}{x^2 + 1} - x \right) \cdot (-x) = \frac{x^4 + x^2 - x}{x^2 + 1} \geq 0$ pentru $x \geq 1 \Rightarrow \text{aria} = \int_1^2 \left(\frac{-x}{x^2 + 1} + x^2 \right) dx =$

$= -\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big|_1^2 + \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{7}{3} - \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}.$