rezolvare

1.a. Avem $f'(x)=1-e^{-x}$.

b. $f'(x)=1-e^{-x}$; $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$. Din tabelul de variație obținem *f* descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și *f* crescătoare pe $[0,\infty)$.

c. Din $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ şi $n=\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to\infty}e^{-x}=0 \Rightarrow y=x$ ecuația asimptotei oblice la $+\infty$.

2.a. Aria $\Gamma_f=\int_0^1(x+e^{-x})dx=\left(\frac{x^2}{2}-e^{-x}\right)\Big|_0^1=\frac{3e-2}{2e}$

b. Din $e^{-x^2}\geq 1-x^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$, integrăm relația pe $[0,1]\Rightarrow\int_0^1 e^{-x^2}dx\geq(x-\frac{x^3}{3})\Big|_0^1$

$\Rightarrow\int_0^1 e^{-x^2}dx\geq\frac{2}{3}$

c. $g(x)=e^{-x}+e^{x}$ obținem $V(C_g)=\pi\int_0^1 g^2(x)dx=\pi\int_0^1(e^{-2x}+e^{2x}+2)dt=\frac{\left(e^2-e^{-2}+4\right)\pi}{2}$