Rezolvare:

1. $4^{x+1}=64\Leftrightarrow 4^{x+1}=4^3\Leftrightarrow x+1=3\Leftrightarrow x=2$.

2. $|x|\le 3\Leftrightarrow -3\le x\le 3\Leftrightarrow\Leftrightarrow x\in[-3,3]$; $\left.\begin{matrix}x\in[-3,3]\\ x\in\mathbb{Z}\end{matrix}\right\}\Rightarrow x\in\{-3,-2-1,0,1,2,3\}$. $A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$.

3. $A(2,0)\in G_f\Rightarrow f(2)=0$; Dar $f(2)=2\cdot a+b$; Rezultă $2\cdot a+b=0$.

$\left.\begin{matrix}B(0,4)\in G_f\Rightarrow f(0)=4\\ f(0)=b\end{matrix}\right\}\Rightarrow b=4$; $a=-2$; Funcția este: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-2x+4$.

4. În triunghiul ACD, $\left.\begin{matrix}m(\hat{D})=90^0\\ m(\hat{C})=30^0\end{matrix}\right\}\Rightarrow \sin 30^0=\frac{AD}{AC}\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{AD}{8}\Leftrightarrow AD=4$

În triunghiul ADB, $\left.\begin{matrix}m(\hat{D})=90^0\\ m(B)=60^0\end{matrix}\right\}\Rightarrow \sin 60^\circ=\frac{AD}{AB}\Rightarrow AB=\frac{8\sqrt{3}}{3}$; $\cos 60^\circ=\frac{BD}{AB}\Rightarrow BD=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

5. Ecuația $x^2-ax-6=0$ are produsul soluțiilor -6. În mulțimea $A\cup B$ există numerele -3 și 2 al căror produs este -6. Deci soluțiile sunt -3 si 2. Suma lor este $a=-1$.

Ecuația $x^2+bx+a-14=0$, pentru $a=-1$ devine: $x^2+bx-15=0$. Produsul soluțiilor acestei ecuații este -15. Așadar soluțiile ei sunt -3 si 5.
Suma lor este $2=-b$. Rezultă $b=-2$.

6. Fie punctul M mijlocul segmentului $[AB]$, punctul N mijlocul segmentului $[BC]$, P mijlocul segmentului $[AC]$.

Așadar: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\cdot\overrightarrow{OM}$; $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{ON}$; $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{OP}$;
Adunând aceste relații, se obține egalitatea din problemă;