Soluție

1. Fie $a=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}$. Prin calcul direct obținem $a=\frac{20}{27} \Rightarrow [a]=0$.

2. Scăzând cele două ecuații obținem $x^2+4x+3=0$ de unde $x=-1$ sau $x=-3$.
Sistemul are două soluții: $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$ și $\begin{cases} x=-3 \\ y=19 \end{cases}$.

3. Avem $\operatorname{arctg} x=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arcctg}\frac{1}{3}$, de unde $x=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arcctg}\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x=\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

4. Termenii dezvoltării sunt $T_{k+1}=C_{100}^k\left(\sqrt{2}\right)11^{100-k}\cdot 1^k=C_{100}^k\sqrt{2^{100-k}}$, $k\in\{0,1,2,...,100\}$.
Deoarece $C_{100}^k\in\mathbb{N}$ avem $T_{k+1}\in\mathbb{Q}\Leftrightarrow 100-k=\text{par} \Leftrightarrow k\in\{0,2,4,...,98,100\}$.
Dezvoltarea are 51 de termeni raționali.

5. Avem $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}-4\vec{j}$, $\overrightarrow{AC}=4\vec{i}-8\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A,B,C$ sunt coliniare.

6. Aria triunghiului dat este $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ unde $a=4,\ b=5,\ c=7$ și $p=\frac{a+b+c}{2}$.
Obținem $p=8$ și $S=4\sqrt{6}$. Atunci $r=\frac{S}{p} \Rightarrow r=\frac{\sqrt{6}}{2}$.