Soluție

1. $(2+i)^4+(2-i)^4=\left((2+i)^2\right)^2+\left((2-i)^4\right)^2=(3+4i)^2+(3-4i)^2=-7+24i-7-24i=-14$.

2. Sistemul $\begin{cases} y=x^2+x+1 \\ y=2x+1 \end{cases}$ are două soluții: $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ și $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$. Dreapta de ecuație $y=2x+1$ intersectează parabola de ecuație $y=x^2+x+1$ în punctele $A(0,\ 1)$ și $B(1,\ 3)$.

3. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3^x+9^x$. Se observă că $f(-1)=\frac{4}{9}$.

Funcția f este strict crescătoare $\Rightarrow$ f este injectivă $\Rightarrow$ ecuația $f(x)=\frac{4}{9}$ are cel mult o soluție.

În concluzie, ecuația inițială are soluție unică $x=-1$.

4. Sunt 9000 de numere naturale cu 4 cifre. Numărul celor divizibile cu 9 este dat de numărul *k*-urilor cu $1000\le 9k\le 9999 \iff 111,(1)\le k\le 1111$, deci există 1000 astfel de numere. Probabilitatea cerută este $\frac{1}{9}$.

5. Centrul de greutate al triunghiului *ABC* este $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\ \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$, adică $G(1,\ 2)$.

Ecuația dreptei *OG* este $\frac{x}{1}=\frac{y}{2} \iff y=2x$.

6. $\cos 75^\circ+\cos 15^\circ=2\cos\frac{75^\circ-15^\circ}{2}\cos\frac{75^\circ+15^\circ}{2}=2\cos 30^\circ\cos 45^\circ=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.