

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

a) Cum  $x, y \in (-2, 2)$  rezultă că  $xy \in (-4, 4)$  și deci  $xy + 4 > 0$ . Cum  $(x * y) + 2 = \frac{2(x+2)(y+2)}{4+xy} > 0$  și

$$(x * y) - 2 = -\frac{2(2-x)(2-y)}{4+xy} < 0, \text{ rezultă } x * y \in G.$$

b) Asociativitatea rezultă din  $(x * y) * z = \frac{4(x+y+z) + xyz}{4+xy+yz+zx} = x * (y * z)$ .

c) Din definiția elementului neutru ( $\exists e \in G$  astfel încât  $x * e = e * x = x$ ,  $\forall x \in G$ ) se obține  $\frac{4(x+e)}{4+xe} = x$ ,

adică  $4e(1-x) = 0, \forall x \in (-2, 2)$  și deci  $e = 0$ .

d) Rezultă din punctele precedente și din faptul că orice element  $x \in G$  admite simetricul  $x' = -x \in G$ .

e) Cum  $2(x+2)(y+2) - 2(2-x)(2-y) = 8(x+y)$  și  $2(x+2)(y+2) + 2(2-x)(2-y) = 2(4+xy)$  atunci

$$x * y = \frac{2(x+2)(y+2) - 2(2-x)(2-y)}{(x+2)(y+2) + (2-x)(2-y)}.$$

f) Cum  $(G, *)$  este grup, atunci orice element este simetrizabil și deci  $1^{-1} = -1$  (punctul d)). Compunând la

stânga în relația dată cu  $1^{-1} = -1$ , se obține  $x = 1 \circ 1 = \frac{4(1+1)}{4+1} = \frac{8}{5}$ .