

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare:

1.

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2 \leq 13 \Leftrightarrow 3x \leq 15 \Leftrightarrow x \leq 5 \\ x \in \mathbb{N}^* \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}; \text{ Numerele prime din mulțimea } \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

sunt: 2; 3; 5. Numărul cazurilor favorabile = 3; Numărul cazurilor posibile = 5; $p = \frac{3}{5}$;

2. Se notează $5^x = t$, $t > 0$. Ecuația devine: $t^2 + t - 2 = 0$ (1).

Rezolvând ecuația (1) se obțin soluțiile: $t_1 = 1, t_2 = -2$. Convine $t_1 = 1$

Înlocuind în notație, se obține $5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

3. $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ dacă $\Delta \geq 0$. $\Delta = 1 + 8m \geq 0$. Rezolvând inecuația se obține: $m \in \left[-\frac{1}{8}, \infty\right)$.

4. Fie $A(\alpha, \alpha)$ punctul de pe grafic în care abscisa este egală cu ordonata.

Rezultă că $f(\alpha) = \alpha$, adică $3 \cdot \alpha - 2 = \alpha$. $\Leftrightarrow \alpha = 1$. $A(1, 1)$.

5. Fie $AC \cap BD = \{M\}$. Din $ABCD$ paralelogram rezultă: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$ și $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM}; \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM};$$

Adunând ultimile două egalități, obținem: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2 \cdot \overrightarrow{OM}$ (1)

$$\text{Analog: } \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2 \cdot \overrightarrow{OM} \quad (2)$$

Din (1) și (2) rezultă: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$

6. Se aplică în $\triangle ABC$ teorema cosinusului: $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$; $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

$$\text{Egalitatea din problemă devine: } a \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = b.$$