

Soluție

1. $\log_2 3 - \frac{1}{2} \log_2 9 = \log_2 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \log_2 3 = 0.$

2. Cum $f(1) = 0$, tot produsul este 0.

3. Cum funcția este definită pe \mathbb{R} și coeficientul lui x^2 este pozitiv, rezultă că minimumul funcției se realizează în vârful parabolei, deci impunem $-\frac{\Delta}{4a} = -2$, deci $m^2 - 8 = 8, m^2 = 16, m = \pm 4.$

4. Condiții de existență: $x > 0$, utilizăm proprietatea $a^{\log_a x} = x$, deci $x=4$ satisface restricțiile impuse.

5. Din condițiile de simetrie, obținem $B(2, -3)$ și $C(-2, 3)$, deci

$$BC = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}.$$

6. Din teorema sinusurilor, $\frac{BC}{\sin A} = 2R$, deci $BC = 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 4.$