

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1.a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$. Avem $f'(x) = e^x + 2x$. Deci $L = e + 2$

b. Din $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală către $+\infty$

Din $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x^2}{x} = +\infty \Rightarrow$ nu există asimptotă oblică către $+\infty$

c. $f''(x) = e^x + 2 \Rightarrow f''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ convexă pe \mathbb{R} .

2a. $\int_1^e f'(x) dx = f(x) \Big|_1^e = f(e) - f(1) = \frac{1 - 2e}{2e}$

b. F este primitivă pentru $f \Rightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ și $f(x) > 0, \forall x > 1 \Rightarrow F$ crescătoare pe $[1, +\infty)$

c. aria $\Gamma_f = \int_a^{e^2} f(x) dx = \ln(1 + \ln x) \Big|_a^{e^2} = \ln 3 - \ln(1 + \ln a) = \ln \frac{3}{1 + \ln a}$

Dar, aria $\Gamma_f = \ln \frac{3}{2}$, obținem $a = e$.