

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Avem că $\{-2, 7\} \subset A$ și pentru $a = 7$ și $b = -2$ obținem că $2 \cdot 7 - 3(-2) \in A \Leftrightarrow 20 \in A$, iar pentru $a = b = -2$ obținem $2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-2) \in A \Leftrightarrow 2 \in A$. Deci, $\{2, 20\} \subset A$.

b) Avem că $a = \log_3 7 = \frac{1}{\log_7 3}$, $b = \log_2 7 = \frac{1}{\log_7 2}$ și $0 < \log_7 2 < \log_7 3$, deci $a < b$.

2. Dacă r este rația progresiei avem că $3a_1 + 3r = 12$ și $3a_1 + 7r = 18$, de unde obținem $a_1 = \frac{5}{2}$ și $r = \frac{3}{2}$. În

$$\text{final, } S_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = \frac{(2a_1 + 9r) \cdot 10}{2} = \frac{\left(2 \cdot \frac{5}{2} + 9 \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot 10}{2} = \frac{185}{2}.$$

3. Prețul fără TVA este $\frac{100+12}{100} \cdot 200 = 224$ lei și prețul final este $\frac{100+19}{100} \cdot 224 = 266,56$ lei, adică 266 lei și 56 de bani.

4. a) Avem că $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 + 1} = -\frac{x}{x^2 + 1} = -f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Calculăm imaginea funcției f . Considerăm $y \in \mathbb{R}$ arbitrar și căutăm să rezolvăm ecuația $f(x) = y$ în mulțimea \mathbb{R} . Avem că $f(x) = y \Leftrightarrow y \cdot x^2 - x + y = 0$, unde x este necunoscută și y este parametru real. Dacă $y = 0$, atunci ecuația admite soluția $x = 0$, iar dacă $y \in \mathbb{R}^*$, atunci avem o ecuație de gradul al II-lea cu

$\Delta = 1 - 4y^2$. Ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă și numai dacă $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$. În

concluzie, ecuația admite cel puțin o soluție reală dacă $y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, deci $\text{Im } f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, de unde obținem că f este mărginită.