Soluție

1.a) $\Delta = 14m - 4 \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{7}\right\}$

1.b) $m = \frac{2}{7}$

1.c) $d_2 \cap d_3 = \{(7,-3)\}; (7,-3) \in d_1 \Rightarrow m = \frac{2}{7}$

2.a) $\det A = m \in \left\{\pm\hat{1}\right\}$. Cum $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ este un corp comutativ , rezultă că A este inversabilă.

Se arată că : $ABA = B$

2.b) $|H| = 10$. Fie $X_1, X_2 \in H \Rightarrow X_1 = \begin{pmatrix} m & n \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} m' & n' \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$.

$X_1 \cdot X_2 = \begin{pmatrix} mm' & mn' + n \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \in H$, deoarece $mm' \in \left\{\pm\hat{1}\right\}$.

2.c) $X_1^2 = I_2, X_1 \neq I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} m^2 & mn + n \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \Rightarrow m^2 = \hat{1}$ şi $n\left(m + \hat{1}\right) = \hat{0}$ .Pentru $m = \hat{1}, n = \hat{0} \Rightarrow X_1 = I_2$,

fals. Pentru $m = -\hat{1}, n \in \mathbb{Z}_5 \Rightarrow 5$ soluții.