Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $x^2+3x+1\ge -x-3$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$; $(x+2)^2\ge 0$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.

b) $\int f(x)dx = \int(x^2-x+\sqrt{2}+\frac{1}{x})dx = \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x\sqrt{2}+\ln x+C, C\in\mathbb{R}$.

c) f continuă pe $[-1,1]$; $vol(C_f)=\pi\int_{-1}^{1}(1-x|x|)^2dx=\frac{12\pi}{5}$.

d) $F(x)=\int_1^x(\frac{1}{2\sqrt{t}}-t+1)dt=\sqrt{x}-\frac{x^2}{2}+x-\frac{3}{2}$; F derivabila pe $(0,+\infty)$; $F' = f$ pe $(0,+\infty)$.

e) $f,g:[-2,-1]\to\mathbb{R}, f(x)=x+\frac{1}{x+3}, g(x)=-1$; continue pe $[-2,-1]$; $f\ge g$; $\int_{-2}^{-1}(x+\frac{1}{x+3})dx\ge-\int_{-2}^{-1}dx$

de unde $\int_{-2}^{-1}\frac{1}{x+3}dx\ge\frac{1}{2}$.

f) $I=\int_1^4(x+\frac{1}{2\sqrt{x}})\ln x dx=(\frac{1}{2}x^2+\sqrt{x})\ln x\Big|_1^4-\int_1^4(\frac{1}{2}x+\frac{1}{\sqrt{x}})dx = 10\ln 4-\frac{23}{4}$.