Soluție:

a) $\int_1^e g(x)dx = \ln x\Big|_1^e$, deci $\int_1^e g(x)dx = 1$

b) $\int_0^1 \left(x^3+x\right)\cdot f(x)dx = \int_0^1 2xdx$, deci $\int_0^1 \left(x^3+x\right)\cdot f(x)dx = 1$

c) $\int_1^m \sqrt{x}\cdot g(x)dx = \int_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}dx$, apoi $\int_1^m \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\left(\sqrt{m}-1\right)$. Finalizând,avem $2\left(\sqrt{m}-1\right) = 2 \Rightarrow m = 4$

d) $\int_1^2 g(x)dx + \int_2^3 g(x)dx + ... + \int_{n-1}^n g(x)dx = \int_1^n \frac{1}{x}dx$ și deci $\int_1^n \frac{1}{x}dx = \ln n = \ln 2008 \Rightarrow n = 2008$

e) $G(x) = \ln x + k$ și $G(1) = k = 2 \Rightarrow G(x) = \ln x + 2$. Acum G este strict crescătoare și pentru $x \geq 2$ avem $G(x) > 0$, de unde $0 < G(2) < G(3), 0 < G(4) < G(5)$. Concluzionând: $\frac{1}{G(2)} > \frac{1}{G(3)}, \frac{1}{G(4)} > \frac{1}{G(5)}$ și se adună ,membru cu membru,aceste inegalități

f) $\frac{2}{1+x^2} \leq \frac{1}{x}, \forall x > 0$. Integrăm inegalitatea precedentă pe $\left[1,e\right]$ și ajungem la $\int_1^e f(x)dx \leq 1$