

Soluție

1. $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(3)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ 3a+b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases}$, deci $f(x)=2x+1$, așadar $f(2008)=4017 = \text{numar impar}$

2. a) axa de simetrie are ecuația $x=\frac{5}{8}$, deci $f\left(\frac{5}{8}-x\right)=f\left(\frac{5}{8}+x\right) \forall x \in \mathbb{R}$

aplicând relația $f\left(\frac{5}{8}-5\right)=f\left(\frac{5}{8}+5\right) \Rightarrow f\left(-\frac{35}{8}\right)=f\left(\frac{45}{8}\right)=0$

b) ecuația $x^2-ax+2=0$ nu are rădăcini reale, rezultă $\Delta=a^2-8<0$, deci $a \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$

3. Ecuația $f(x)=0$ are o singură soluție.; $\Delta=1-4a^2$; $\Delta=0 \Leftrightarrow a=\pm\frac{1}{2}$

4. a) Ridicând la pătrat obținem $x^2+x-2=0$, apoi $x_1=1, x_2=-2$

Din verificare (sau $2-x \geq 0$ și $x \geq 0$), se obține soluția 1.

b) $\log_2^2 x^2 = 4 \log_2^2 x$. Se notează. $\log_4 x = t \Rightarrow 4t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t_1 = t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = x_2 = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$