Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) Cum $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)=-a$ si $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+a\cdot x\right)=0$,dreapta $y=-a\cdot x$ este asimptota oblică spre $-\infty$.

b) $x=\ln a$ este punct de minim.

c) Din ipoteza că avem că $f(x)\geq f(0),\forall x\in\mathbb{R}$,deci $x=0$ este punct de minim pentru f . Din T.Fermat deducem că $f'(0)=0\Leftrightarrow a=1$ şi verificare.

2.a) F este derivabila pe $(0;\infty)$. $F'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}(\ln x-2)+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{x}=f(x),x>0$.

b) G primitiva $\Rightarrow$ G este derivabila. $G'(x)=f(x)\geq 0,\forall x\geq 1\Rightarrow$ concluzia.

c) Aria = $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left|f(x)\right|dx=\int_{\frac{1}{e}}^{1}-f(x)dx+\int_{1}^{e}f(x)dx=-F(x)\Big|_{\frac{1}{e}}^{1}+F(x)\Big|_{1}^{e}=-2\sqrt{e}-\frac{6}{\sqrt{e}}+8$.