Rezolvare

1.Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b, a\in\mathbb{R}^*, b\in\mathbb{R}$

$A\in G_f \Leftrightarrow f(-3)=2 \Leftrightarrow -3a+b=2;$

$B\in G_f \Leftrightarrow f(-1)=-1 \Leftrightarrow -a+b=1$

Deci $\begin{cases}-3a+b=2\\ -a+b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\ b=\dfrac{1}{2}\end{cases}, a\neq 0.b\in\mathbb{R} \Rightarrow f(x)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}.$

2.a. Abscisele punctelor de intersecție sunt rădăcinile ecuației

$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0 \Leftrightarrow x_1=-2; x_2=-\dfrac{1}{2}.$

Deci $(-2;0);\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ sunt punctele de intersecție ale graficului lui f cu axa Ox .

2.b.Înlocuind rădăcinile ecuației $f(x)=0$ obținem ecuația $m^2+m=0 \Leftrightarrow m(m+1)=0 \Leftrightarrow m=0$ sau $m=-1$.

3. $f(0)=1 \Rightarrow n=1.$

Axa de simetrie a parabolei are ecuația $x=-\dfrac{b}{2a}$, deci din $x=2$ şi $x=m \Rightarrow m=2.$

4.a. Condițiile de existență sunt: $\begin{cases}x^2+3x-4>0\\ 2x+2>0\end{cases}$

Aplicând proprietățile logaritmilor avem:

$x^2+3x-4=2x+2 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow x_1=-3$ sau $x_2=2.$

Cum -3 nu verifică condiția de existență $\Rightarrow \mathbb{S}=\{2\}.$

4.b. Condițiile de existență sunt : $\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1}\geq 0\\ x\neq\pm 1\end{cases}$

Notăm $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}=t; t>0$ atunci ecuația devine $2t^2-3t-2=0 \Leftrightarrow t_1=2; t_2=-\dfrac{1}{2}.$

Dar $t>0 \Rightarrow$ se acceptă numai valoarea $t=2$ şi atunci $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}=2 \Leftrightarrow x+1=4x-4 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$

Care verifică condiția de existență $\Rightarrow \mathbb{S}=\left\{\dfrac{5}{3}\right\}.$