Soluție

a) $2\sqrt{x} \le x+1$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$; $(\sqrt{x}-1)^2 \ge 0$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$.

b) $\int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3})dx = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + C, C \in \mathbb{R}$.

c) f continuă pe $[0,1]$; $vol(C_f) = \pi\int_0^1 (2x+3)^2 dx = \frac{49\pi}{3}$.

d) $(t^2 - t)\Big|_0^x \ge 6$; $x^2 - x \ge 6$; $x \in (-\infty,-2] \cup [3,+\infty)$.

e) $f, g : [1,4] \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1}, g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; continue pe $[1,4]$; $f \le g$; $\int_1^4 \frac{1}{x+1}dx \le \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = 1$.

f) f continuă pe $[0,2]$, $f \ge 0$ pe $[0,1]$, $f \le 0$ pe $[1,2]$; $aria(\Gamma_f) = \int_0^1 (1-x)dx - \int_1^2 (1-x)dx = 1$.