

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $2|x| - 1 \neq 0, D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}.$

b) $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{1}{2}$ asimptote verticale,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{2};$$

$y = \frac{1}{2}$ asimptotă orizontală

c) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -5; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 5$, deci f nu este derivabilă în $x = 0$.

d) $f'(x) = -\frac{5}{(-2x-1)^2}, \forall x \in (-\infty, 0) \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}; f'(x) = \frac{5}{(2x-1)^2}, \forall x \in (0, \infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$

$f'(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}, \infty \right), f$ strict crescătoare.

e) $f(x) = 0 \Rightarrow x = -3, x = 3; A(-3, 0); B(3, 0)$ punctele în care graficul intersectează Ox .

$y = f'(-3)(x+3); y = f'(3)(x-3)$ ecuațiile tangentelor în punctele indicate și obținem

$y = -\frac{1}{5}x - \frac{3}{5}, y = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}.$

f) Tabelul de variație este:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	∞								
$f'(x)$	- - - - -	-	-	+	+	+	+	+	+				
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	\searrow	$-\infty$	\mid	∞	\searrow	3	\nearrow	∞	\mid	$-\infty$	\nearrow	$\frac{1}{2}$

De aici rezultă cerința.