Soluții

a) Funcția este $f(x) = -2 + \ln x,\ x > 1$. Ecuația $-2 + \ln x = 0$ are soluția $x = e^2$. Pentru $1 < x < e^2$ valorile funcției sunt negative, iar pentru $x > e^2$ valorile funcției sunt pozitive.

b) Limitele laterale sunt $f(1-0) = 1 + a$, $f(1+0) = b$. Se obține $b = 1 + a$.

c) Se obține $f(e) = b + \ln e = b + 1$ și $f'(0) = a$. Se obțin valorile $a = 1$, $b = 0$.

d) Se obține $g(x) = \dfrac{x^2 + ax}{x - 1}$. Asimptota oblică este $y = x + a + 1$. Punctul dat aparține asimptotei dacă $a = 0$.

e) Din continuitate se obține relația $b - a = 1$. Se obține că $f_s'(1) = 2 + a$, $f_d'(1) = 1$. Din egalitatea derivatelor laterale se obține $a = -1, b = 0$, deci $f(x) = x^2 - x,\ x < 1$. Funcția este derivabilă pentru $x < 1$ și $f'(x) = 2x - 1$. Pe intervalul $(-\infty, \frac{1}{2})$ funcția este descrescătoare, iar pe intervalul $(\frac{1}{2}, 1)$ funcția este crescătoare

f) Numerele $e, e^2, ..., e^{2008}$ sunt mai mari decât 1. Rezultă că $f'(e^k) = \dfrac{1}{e^k} = e^{-k}$, pentru $k \in \{1, 2, 3, ..., 2008\}$.

Se obține că $S = e^{-1} + e^{-2} + e^{-3} + ... + e^{-2008}$ care este suma unei progresii geometrice de rație e^{-1}. Se obține că $S = \dfrac{1}{e-1} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{e^{2008}}\right)$