

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a). Prin calcul direct se obține egalitatea.

b). Pentru $x, y, z \in \mathbb{R}$ se demonstrează că $(x * y) * z = x * (y * z) = 16xyz - 8(xz + yz + xy) + 4(x + y + z) - \frac{3}{2}$

c). $\exists e \in \mathbb{R}$, astfel încât $e * x = x * e = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Prin calcule se găsește $e = \frac{3}{4}$.

d). $x^2 * 3 = 0 \Rightarrow \dots x^2 = \frac{9}{20} \Rightarrow \dots x = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

e). $x * x = \frac{1}{2} \Rightarrow \dots 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \dots x = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

f). $(2^x) * (2^{2x}) = \frac{1}{2} \dots \dots \dots = 4 \cdot 2^{3x} - 2 \cdot 2^x - 2 \cdot 2^{2x} + 1 = 0$ substituție $2^x = y, y > 0$

$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$$