Rezolvare

1. **a)** $I_2 = I_2 + 0 \cdot A = X(0) \in G.$

b) Pentru $a, b \in \mathbb{R}$ avem $X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA^2.$

Observăm că $A^2 = 5A \Rightarrow$ concluzia.

c) Folosim relația de la punctul b) şi comutativitatea înmulțirii în mulțimea G pentru a arăta că

$X(a) \cdot X\left(\dfrac{-a}{1+5a}\right) = X(0) = I_2.$

2. **a)** $f(\hat{1}) = \hat{2},\ g(\hat{0}) = \hat{0} \Rightarrow f(\hat{1}) \cdot g(\hat{0}) = \hat{0}.$

b) Calcul direct. Înlocuim g și folosim proprietățile adunării şi înmulțirii în $\mathbb{Z}_5$.

c) Înlocuim, pe rând, în polinomul f, necunoscuta X cu toate elementele din mulțimea $\mathbb{Z}_5$.

Obținem $f(\hat{4}) = \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ este rădăcină a polinomului f.