

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

a) $x * x = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $(x * y) * z = (x+1)(y+1)(z+1) - 1 = x * (y * z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$

c) $x * 0 = x = 0 * x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 0$ element neutru

d) Se observă că $x * (-1) = (-1) * x = -1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow (\mathbb{R} \setminus \{-1\}, *)$ grup abelian $\Rightarrow a = -1$

e) $x * (1 * x) = x * (2x+1) = 2(x+1)^2 - 1$. Ecuația devine $2(x+1)^2 = 2 \Rightarrow x \in \{0, -2\}$

f)
$$\begin{cases} (x+1)(2+1) - 1 = y \\ (y+1)(3+1) - 1 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = -2 \\ x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$