

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) Prin calcul direct obținem $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln e = 1$.

b) Avem $F(x) = \int_x^1 \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \forall x \geq 1$.

Din $F(1) = 2$ se obține $C = 2$ și primitiva este $F(x) = \ln x + 2$.

c) Avem $G'(x) = g(x) > 0, \forall x > 1$, astfel primitiva este strict crescătoare și $G(\sqrt{5}) < G(\sqrt{7})$.

d) Integrând prin părți vom avea $\int_1^2 \ln x^2 dx = 4 \ln 2 - 2$.

e) Avem $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx = 2 \int_1^e \frac{1}{x} \cdot \ln x dx = \ln^2 x \Big|_1^e = 1$.

f) Avem $\int_1^m g(x) dx = 2m \ln \frac{m}{e} + 2$. Egalând cu 2 rezultă $m = e$.