

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a). Pentru $x, y, z \in \mathbb{R}$ se demonstrează că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) = x + y + z + 2$.

b). $x \circ \frac{2x}{3} = \frac{5}{4} \Rightarrow x + \frac{2x}{3} + 1 = \frac{5}{4} \dots \Rightarrow x = \frac{3}{20} \in \mathbb{Q}$.

c). Din ipoteză și a). avem $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 50 = (1 + 2 + 3 + \dots + 50) + 49 = \dots = 1404$.

d). $(3^x) \circ (9^x) = 3 \Rightarrow 3^x + 9^x + 1 = 3 \Rightarrow 3^{2x} + 3^x - 2 = 0$. Se face substituția $3^x = y$, $y > 0$ și soluția ecuației este $y = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0$.

e). $f(x \circ y) = 2(x \circ y) + 1 = 2(x + y + 1) + 1 = 2x + 2y + 3 = \dots = (2x + 1) \circ (2y + 1) = f(x) \circ f(y)$.

f). $\sqrt{x+4} \circ \sqrt{5-x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x+4} + \sqrt{5-x} + 1 = 4$. C.E. $x \in [-4, 5]$.

Rezolvarea ecuației $\Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 5$