Soluție

a) $2x \le x^2 + 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$; $(x-1)^2 \ge 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) $I = \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{\ln 2}2^x\right)\Big|_0^1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{\ln 2}$.

c) f continuă pe $[4,9]$; $vol(C_f) = \pi\int_4^9 (1 - \frac{1}{\sqrt{x}})^2 dx = \pi(1 + \ln\frac{9}{4})$.

d) F_1, F_2 derivabile pe $\mathbb{R}$, $F_1'(x) = f(x), F_2'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$; $F_1'(x) = F_2'(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
$a = 3, b = 1$.

e) $f, g : [1,2] \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{1+x^2}, g(x) = \frac{1}{2x}$; continue pe $[1,2]$; $f \le g$; $\int_1^2 \frac{1}{1+x^2} dx \le \frac{\ln x}{2}\Big|_1^2 = \frac{\ln 2}{2}$.

f) $I = -\int_0^{\frac{1}{2}} (x - \frac{1}{2})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (x - \frac{1}{2})dx = \frac{1}{4}$.