

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1. a) Calcul direct. Se obține $\det(H(a)) = a$.

$$\text{b) } H(a) \cdot H(b) = \begin{pmatrix} 1 & \ln ab & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{pmatrix} = H(a \cdot b), \quad \forall a, b > 0.$$

$$\text{c) } H(1) + H(2) + H(3) + \dots + H(2008) = \begin{pmatrix} 2008 & \ln 2008! & 0 \\ 0 & 2008 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2008 \cdot 2009}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{Calculul determinantului } \Delta = 2008^3 \cdot \frac{2009}{2}.$$

2. a) Se desfac parantezele și se obține $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$.

b) Pentru $x, y \in G \Rightarrow (x - 2)(y - 2) > 0 \Rightarrow x \circ y > 2$. Deci $x \circ y \in G$.

c) Se determină e . Obținem $xe - 2x - 2e + 6 = x \Rightarrow e = 3$.

Atunci $\forall x \in G \exists x' \in G$ astfel încât $x \circ x' = x' \circ x = e$.

$$\text{Obținem } xx' - 2x - 2x' + 6 = 3 \Rightarrow x' = \frac{2x - 3}{x - 2}, \quad \forall x \in G.$$