Rezolvare

1. **a)** Se determină punctele $A_0(0,2)$ și $A_1(1,3)$. $A_0A_1 : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Finalizare $x - y + 2 = 0$

b) $A_2(2,4)$. Atunci $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow A_0, A_1, A_2$ coliniare.

c) $A = \frac{1}{2}|\Delta|$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ n & n+2 & 1 \\ n+1 & n+3 & 1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow A = 1.$

2. **a)** Calcul direct $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{37}{8}$.

b) Relația se scrie $f(a) = -5.$ Se obține $a \in \{-1, 0, 1\}$.

c) $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} = 3x_1x_2x_3 - \left(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3\right)$. Se scriu relațiile lui Viete pentru polinomul f:

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1 \\ x_1x_2x_3 = 5 \end{cases}$. $x_i, i \in \{1, 2, 3\}$ sunt rădăcini ale polinomului f.

Înlocuim și adunăm cele trei relații obținute.

Vom avea :

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 15$

$\Delta = 0.$