SOLUȚIE:

a) $g(x) = f\,'(x) = 9^x \ln 9 \Rightarrow g\,'(x) = \left(9^x \ln 9\right)' = \ln 9 \cdot \left(9^x\right)' = \left(\ln 9\right)^2 \cdot 9^x$

b) Din **a)** $\Rightarrow g\,'(x) > 0,\ \forall x \in \left(0, \infty\right) \Rightarrow g$ este strict crescătoare.
Cum $g = f\,' \Rightarrow f\,'$ este strict crescătoare.

c) Fie $P(x_0, 9^{x_0})$ punctul de tangență $\Rightarrow f\,'(x_0) = \ln 9 \Leftrightarrow 9^{x_0} \ln 9 = \ln 9 \Rightarrow 9^{x_0} = 1 \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow P(0,1)$
iar $t: y = \ln 9 \cdot x + 1$

d) Un exemplu ar putea fi $f_1 : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R},\ f_1(x) = \dfrac{1}{x}$.

$x \neq 0 \Rightarrow$ domeniul de definiție al funcției f_1 este $\mathbb{R}^*$.
$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f_1(x) = -\infty,\quad \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f_1(x) = \infty \Rightarrow x = 0$ este asimptotă verticală bilaterală la graficul funcției f_1.

e) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ h(x) = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow h\,'(x) = 3x^2 - 3;\ h\,'(x) = 0 \Rightarrow x \in \left\{-1, 1\right\}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$h\,'(x)$	+ + + + + + + + + + + +		0	- - - - - - - - - - - - -	0	+ + + + + + + + + + + + +	
$h(x)$	↗ ↗ ↗ ↗		7	↘ ↘ ↘	3	↗ ↗ ↗ ↗	

$M_1(-1, 7),\ M_2(1,3)$ sunt punctele de extrem ale graficului funcției h.

f) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{h(x) - x^3}{2x^2} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{-3x + 5}{2x^2} = 0$