

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $2x \leq x^2 + 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$; $(x-1)^2 \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

b) $I = \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{\ln 2} 2^x \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{\ln 2}$.

c) f continuă pe $[4, 9]$; $vol(C_f) = \pi \int_4^9 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx = \pi \left(1 + \ln \frac{9}{4}\right)$.

d) F_1, F_2 derivabile pe \mathbb{R} , $F_1'(x) = f(x)$, $F_2'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$; $F_1'(x) = F_2'(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
 $a = 3, b = 1$.

e) $f, g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $g(x) = \frac{1}{2x}$; continue pe $[1, 2]$; $f \leq g$; $\int_1^2 \frac{1}{1+x^2} dx \leq \frac{\ln x}{2} \Big|_1^2 = \frac{\ln 2}{2}$.

f) $I = -\int_0^{\frac{1}{2}} \left(x - \frac{1}{2}\right) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(x - \frac{1}{2}\right) dx = \frac{1}{4}$.