

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

a)  $1 * 9 = 0, 2 * 8 = 0, 3 * 7 = 0$

b) Tabla legii de compoziție  $*$  este:

$*$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8

c)  $N = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = (1 * 9) * (2 * 8) * (3 * 7) * (4 * 6) * 5 = (0 * 0 * 0 * 0) * 5 = 0 * 5 = 5$

(s-a aplicat asociativitatea și comutativitatea legii  $*$ ).

d) Deoarece tabla legii de compoziție este simetrică față de diagonala principală  $*$  este comutativă.

Din tabla legii obținem că  $0 * x = x * 0 = x, \forall x \in M$  deci 0 este elementul neutru al legii  $*$ .

Toate elementele sunt simetrizabile și dacă notăm cu  $x'$  simetricul lui  $x$  obținem  $x' = 10 - x$  (dacă  $x \neq 0$ ), iar  $0' = 0$

Deci  $\forall x \in M, \exists x' \in M$  a.î.  $x * x' = x' * x = 0$

Din faptul că  $*$  este comutativă, asociativă, admite element neutru și toate elementele din  $M$  sunt simetrizabile, obținem că legea  $*$  determină pe  $M$  o structură de grup abelian.

e)  $(x * 4) * 5 = 6 \Leftrightarrow [(x * 4) * 5] * 5 = 6 * 5 \Leftrightarrow (x * 4)(5 * 5) = 1 \Leftrightarrow x * 4 = 1 \Leftrightarrow x = 7$

f)  $N = \underbrace{5 * 5 * \dots * 5}_{2008 \text{ cifre}} = \underbrace{(5 * 5) * \dots * (5 * 5)}_{1004 \text{ grupe}} = \underbrace{0 * 0 * \dots * 0}_{1004 \text{ cifre}} = 0$