

**Soluție**

1. Patru matrice, și anume  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

b)  $\det(A) = 1 \neq 0$ , deci matricea  $A$  este inversabilă. Se obține  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \notin M$ .

c) Fie  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M$  inversabilă, cu  $B^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in M$ .  $B \cdot B^{-1} = I_2 \Leftrightarrow \begin{cases} ax + bz = 1 \\ ay + bt = 0 \\ cx + dz = 0 \\ cy + dt = 1 \end{cases}$ .

Deoarece  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ , se obțin soluțiile  $D_1 = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $D_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. a) Adunând relațiile lui Viète,  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = \frac{a}{1}$  și

$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{8}{1}$  și grupând, obținem concluzia.

b) Avem  $x_1 + x_4 = x_2 + x_3 = 4$ . Folosind a treia relație a lui Viète, obținem  $x_1x_4 + x_2x_3 = -2$ .

Din a doua relație a lui Viète, obținem  $a = 14$ .

c)  $x_1, x_2, x_3, x_4$  sunt în progresie aritmetică, deci există  $z, r \in \mathbb{C}$ , astfel încât  $x_1 = z - 3r$ ,  $x_2 = z - r$ ,  $x_3 = z + r$  și  $x_4 = z + 3r$ . Avem  $x_1 + x_4 = x_2 + x_3 = 4$ , deci  $z = 2$  și din b) obținem  $a = 14$  și

$x_1x_4 + x_2x_3 = -2$ . Rezultă  $r^2 = 1$  și  $b = -15$ .