

Rezolvare

1. a)  $f'(x) = \ln x + \frac{x-3}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = -2$

c)  $f''(x) = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} > 0$ , pentru orice  $x > 0$  deci  $f$  este convexă pe  $(0, +\infty)$ .

2. a)  $F'(x) = f(x)$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  deci  $F$  este primitivă a lui  $f$ .

b)  $A(\Gamma_F) = \int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = (x-1)e^x \Big|_0^1 = 1.$

c)  $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 1} dx = - \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx = -\ln(e^x + 1) \Big|_0^1 = \ln\left(\frac{2}{e+1}\right).$