**Soluţie.**

**1. a)** $(3\cdot n)^2=9\cdot n^2=3\cdot\left(3n^2\right)$, $(3n+1)^2=3\left(3n^2+2n\right)+1$ şi $(3n+2)^2=3\left(3n^2+4n+1\right)+1$, de unde rezultă că un pătrat perfect este de forma $3k$ sau $3k+1$, $k\in\mathbb{N}$. Deci, $A\cap B=\varnothing$.

**b)** Avem că $a,b,c\in\{11,14,17,20,23,26\}$. Suma $a+b+c$, în condiţiile problemei, este multiplu de 3, cea mai mică valoare a sumei este 42 şi cea mai mare valoare a sumei este 69. Se deduce uşor că orice multiplu de 3 cuprins între 42 şi 69 se scrie sub forma $a+b+c$ cu $a,b,c\in A,\ a\neq b\neq c\neq a,\ 11\leq a,b,c\leq 26$. De la 42 până la 69 sunt zece multipli ai lui 3 (se iau în calcul şi capetele), deci mulţimea $\{a+b+c\mid a,b,c\in A,\ a\neq b\neq c\neq a, 11\leq a,b,c\leq 26\}$ are 10 elemente.

**2.** Dacă raţia progresiei este $q>0$, atunci din relaţia $\log_2\frac{a_5}{a_1}=-4$ obţinem $\log_2\left(q^4\right)=-4\Leftrightarrow q=\frac{1}{2}$. Din a doua relaţie avem că $\log_5\left(a_1a_2a_3a_4a_5\right)=5\Leftrightarrow a_1^5q^{10}=5^5\Leftrightarrow a_1q^2=5\Leftrightarrow a_1=20$.

Deci, $a_1=20,\ a_2=10,\ a_3=5,\ a_4=\frac{5}{2},\ a_5=\frac{5}{4}$.

**3.** Numărul numerelor de cinci cifre, cu cifrele distincte două câte două, ce se formează cu ajutorul cifrelor $0,1,2,3,4$ este egal cu $5!-4!=96$, iar dintre acestea sunt $3!=6$ numere de forma $\overline{32***}$. Probabilitatea este egală cu $\frac{6}{96}=\frac{1}{16}$.

**4. a)** Numărul funcţiilor strict crescătoare de forma $f:\{2,3\}\to\{1,2,3\}$ coincide cu numărul submulţimilor de două elemente ale mulţimii $\{1,2,3\}$, adică avem 3 funcţii strict crescătoare de forma $f:\{2,3\}\to\{1,2,3\}$

**b)** Avem că $f(-x)=\frac{(-x)^3}{2\cdot(-x)^2+3}=-\frac{x^3}{2\cdot x^2+3}=-f(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, de unde obţinem că funcţia $f$ este impară.