Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

a) $F(x)=\int f(x)dx=\int e^x dx=e^x+\ell,\ell\in\mathbb{R}\Rightarrow F(\sqrt{11})=e^{\sqrt{11}}+\ell<F(\sqrt{13})=e^{\sqrt{13}}+\ell$

b) Integrând prin părți obținem

$\int f(x)\cdot g(x)dx=\int e^x(x+1)dx=\int\left(e^x\right)'(x+1)dx=e^x(x+1)-\int e^x(x+1)'dx=xe^x+\ell,\ell\in\mathbb{R}$

c) Folosind formulele obținem $\int_0^1[h(x)+g(x)-1]dx=\int_0^1(e^{-x}+x)dx=-e^{-x}\Big|_0^1+\frac{x^2}{2}\Big|_0^1=-\frac{1}{e}+\frac{3}{2}$

d) $f(g(x))\cdot h(g(x))=1\Rightarrow\int_{-1}^1\left[f(g(x))\cdot h(g(x))\right]\cdot|x|dx=\int_{-1}^1|x|dx=-\int_{-1}^0 xdx+\int_0^1 xdx=-\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^0+\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1=1$

e) $f(x)=e^x\geq 1=e^0\geq\frac{1}{e^x}=e^{-x}=h(x),\forall x\geq 0\Rightarrow$

conform teoremei de monotonie: $f(x)\geq h(x),\forall x\in[u;v]\Rightarrow\int_u^v f(x)dx\geq\int_u^v h(x)dx\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx\geq\int_0^1 h(x)dx$

f) $G_g\cap Ox\Rightarrow g(x)=0\Rightarrow x=-1\Rightarrow G_g\cap Ox=\{A(-1;0)\}\Rightarrow\Gamma_g=\int_{-1}^e g(x)dx=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^e=\frac{e^2+2e+1}{2}$