

Soluție:

1. $a = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$

2. a) $A(0, -9) \in G_f \Leftrightarrow f(0) = -9 \Rightarrow c = -9$; din $G_f \cap Ox = \{B(3, 0)\} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ f(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases}.$

b) Ecuația de gradul al II-lea cu $S = m$ și $P = 1$ nu are soluții $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2, 2).$

3. $\begin{cases} m < 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{(3m-2)^2 + 24m}{4m} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left\{-2, -\frac{2}{9}\right\}.$

4. a) $\sqrt{x-3} \geq 0, \sqrt{x-2} \geq 0, \sqrt{x} \geq 0, \sqrt[3]{2} > 0 \Rightarrow \sqrt{x-3} + \sqrt{x-2} + \sqrt{x} + \sqrt[3]{2} > 0 \Rightarrow S = \emptyset.$

b) $x^2 - x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}; \log_2(x^2 - x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow S = \{0, 1\}.$