

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1.a. Din f continuă în $x=0 \Rightarrow l_s(0)=l_d(0)=f(0)$ și $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (e^x - 1) = 0$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2 + x + a) = a, f(0) = a$ obținem $a = 0$.

b. Din $f'(x) = e^x, f'(-1) = e^{-1} \Rightarrow y - \frac{1}{e} + 1 = \frac{1}{e}(x+1) \Rightarrow x - ye + 2 - e = 0$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)+1}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x(x^2-x)} = 0$

2.a. $I_0 = \int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1} \Big|_2^3 = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

b. $I_1 = \int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2-1) \Big|_2^3 = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$.

c. $I_{n+2} - I_n = \int_2^3 \frac{x^n(x^2-1)}{x^2-1} dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_2^3 = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$.