

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare.

a) $X = I_2 - 2A \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 10 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$

b) $A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2 \Rightarrow A^4 = (-I_2) \cdot (-I_2) = I_2.$

c) $x = 2, y = 1 \Rightarrow \begin{cases} -4a + 5b = 6 \\ -2a + 2b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$

d) Din b) $\Rightarrow A^{-1} = -A \Rightarrow (2A + A^{-1})(A - 2A^{-1}) = (2A - A)(A + 2A) = A \cdot 3A = 3I_2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$

e) $\det A = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \det A^2 = \det(-I_2) = 1, \det A^3 = \det(-A) = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1, \det A^4 = \det I_2 = 1 \Rightarrow$

$\det(A) + \det(A^2) + \det(A^3) + \det(A^4) = 1 + 1 + 1 + 1 = 4.$

f) $A \cdot X \cdot A^{-1} = A + I_2 \mid \cdot A \Rightarrow A \cdot X = A^2 + A \Rightarrow A \cdot X = -I_2 + A \mid \cdot A^{-1} \Rightarrow X = -A^{-1} + I_2, \text{ dar}$

$A^{-1} = -A \Rightarrow X = A + I_2 \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$