

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1.a. $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$.

b. $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$, obținem $x = -1$ punct de maxim și $x = 3$ punct de minim

c. $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ Din $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2 - x^2 + x}{x - 1} = 2 \Rightarrow y = x + 2$ ecuația asimptotei .

2.a. $\int_0^1 f(x) dx = \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^{-x}}{\ln 3} \right) \Big|_0^1 = \frac{3 - 3^{-1}}{\ln 3} = \frac{8}{3 \ln 3}$

b. $vol(C_g) = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 3^{-2x} dx = \pi \frac{3^{-2x}}{-2 \ln 3} \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{9 \ln 3}$

c. $F''(x) = 3^x \ln 3 - 3^{-x} \ln 3 = (3^x - 3^{-x}) \ln 3$

$F''(x) \geq 0, \forall x \geq 0$ și $F''(x) \leq 0, \forall x \leq 0$. Deci, F concavă pe $(-\infty, 0]$ și F convexă pe $[0, \infty)$.