

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $g'(x) = (e^x - x + 1)' = e^x - 1 \Rightarrow g'(x) = f(x) \Leftrightarrow g(x) \in \int f(x) dx$

b) $F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + \ell; O(0,0) \in G_F \Rightarrow F(0) = 0 \Rightarrow \ell = -1 \Rightarrow F(x) = e^x - x - 1$

c) $\int_0^{\frac{1}{2}} f'(x) dx = f(x) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = (e^x - 1) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} - 1$

d) $F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + \ell; F(0) = 2008 \Rightarrow \ell = 2007 \Rightarrow F(x) = e^x - x + 2007$

e) folosim teorema de monotonie pentru funcția g :

„ $m \cdot (b - a) \leq \int_a^b g(x) dx \leq M \cdot (b - a), \forall a, b \in \mathbb{R}, a \leq b$, unde m și M sunt valorile de minim respective maxim ale funcției g în intervalul $[a, b]$ ”

$$\Rightarrow g'(x) = (e^x - x + 1)' = e^x - 1; g'(x) = 0 \Rightarrow x' = 0 \Rightarrow g'(x) < 0, x \in (-\infty, 0] \Rightarrow g \downarrow;$$

$$g'(x) > 0, x \in (0, \infty) \Rightarrow g \uparrow \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g(x) > m = g(0) = 2 \Rightarrow$$

$$(\text{prin înlocuire în teorema de medie}) \int_{-1}^1 g(x) dx \geq 2 \cdot (1 - (-1)) = 2 \cdot 2 = 4$$

f) $\int_1^n [f(\ln x)] dx = \int_1^n (x - 1) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^n = \frac{n^2 - 2n + 1}{2} \Rightarrow$

$$\frac{n^2 - 2n + 1}{2} = 8 \Rightarrow (n - 1)^2 = 16 \Rightarrow n_1 = -3, n_2 = 5; n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 5$$