Rezolvare

1.a. $f'(x)=e^x-1$.

b. $f'(x)=e^x-1 \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow e^x-1=0 \Rightarrow x=0$ punct de minim $\Rightarrow f(x)\geq f(0)$, $\forall\ x\in\mathbb{R} \Rightarrow f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

c. $m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{-x}+x}{-x}=-1$, $n=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim\limits_{x\to\infty}e^{-x}=0$

Deci $y=-x$ este ecuația asimptotei oblice către $-\infty$ la graficul funcției.

2.a. $\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=\left(\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{3x^2}{2}+2x\right)\Bigg|_0^1=\dfrac{3}{4}$.

b. $f'(x)=3x^2+2mx+n \Rightarrow 3+2m+n=0$ şi $3-2m+n=0 \Rightarrow m=0,$ n$=-3$

Din $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx=4 \Rightarrow p=2$.

c. $\int\limits_0^x f(t)dt=\dfrac{x^4}{4}+m\dfrac{x^3}{3}+n\dfrac{x^2}{2}+px \Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^4}\int\limits_0^x f(t)dt=\dfrac{1}{4}$