

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție.

1. a) Avem că $|2x+1| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x+1 \leq 5 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 2$ și $|3y-2| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 3y-2 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 1$. Deci, valoarea maximă a expresiei $A = 3x + 4y$ este $A_{\max} = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 10$.

b) $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{3}{4} + \dots + \log_2 \frac{127}{128} = \log_2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{127}{128} \right) = \log_2 \frac{1}{128} = -7 \in \mathbb{Z}$.

2. Din faptul că rația este supraunitară rezultă că progresia aritmetică este strict crescătoare și se deduce ușor că rația progresiei, pe care o notăm cu r , este număr natural (rația este egală cu diferența a două numere naturale și nu poate fi negativă; altfel, dacă rația ar fi negativă, atunci progresia ar conține termeni negativi). Prin urmare, avem că $11 = a_1 + nr$ și $a_1 + mr = 18$, de unde rezultă că $(m-n)r = 7$, deci $r = 7$. Ecuația

$11 = a_1 + 7n$ are două soluții $\begin{cases} a_1 = 11 \\ n = 0 \end{cases}$ și $\begin{cases} a_1 = 4 \\ n = 1 \end{cases}$, de unde obținem două progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ de

numere naturale, cu rația supraunitară, care au printre termenii lor numerele 11 și 18, și anume, progresia aritmetică 4, 11, 18, 25, 32, și progresia aritmetică 11, 18, 25, 32,

3. Avem că $5C_n^3 > C_{n+2}^4 \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{6} > \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{24} \Leftrightarrow 20(n-2) > (n+2)(n+1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n^2 - 17n + 42 < 0 \Leftrightarrow n \in \{4, 5, 6, \dots, 13\}$. Având în vedere condițiile de existență ale numerelor C_n^3 și C_{n+2}^4 obținem soluțiile $n \in \{4, 5, 6, \dots, 13\}$.

4 a) Prin calcul obținem că avem un singur punct care aparține reprezentării graficului funcției f într-un sistem de coordonate xOy și cadranelui II și anume, punctul de coordonate $(-2, 2)$.

b) Se trasează graficul funcției f .