rezolvare

1a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$, deci avem asimptota orizontală $y=0$ spre $+\infty$.

b) $f'(x)=\dfrac{3x^2-12}{x^4} \Rightarrow$ funcția este strict descrescătoare pe $[1,2]$ și strict crescătoare pe $[2,\infty)$.

Mulțimea valorilor funcției este $[f(2), f(1)]=[-1,1]$.

c) Funcția este derivabilă pe $(2,\infty)$, deoarece, pe acest interval, $-1<f(x)<0$, f este derivabilă și $\arccos$ este derivabilă. În punctul 2, $g'(2)=\lim\limits_{x\searrow 2} g'(x)=\infty$, deci g nu este derivabilă.

2a) $F'(x)=f(x)$.

b) $\pi\int_0^1 f^2(x)dx=\pi\left(\int_1^2\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x^2+1}\right)dx\right)=\pi\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{arctg} 2\right)$.

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{n}{(n+k)\sqrt{n^2+(n+k)^2}}=\int_1^2 f(x)dx=-\ln\left(\dfrac{1}{x}+\sqrt{\dfrac{1}{x^2}+1}\right)\Big|_1^2=\ln\dfrac{2+2\sqrt{2}}{1+\sqrt{5}}$.