

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Rezolvare**

**a)** Cum  $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$ , atunci  $(x \circ y) \circ z = (x + 2)(y + 2)(z + 2) - 2 = x \circ (y \circ z)$  și prin urmare legea "o" este asociativă.

**b)** Folosind definiția elementului neutru ( $\exists e \in \mathbb{Q}$  astfel încât  $x \circ e = e \circ x = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$ ) se obține  $xe + 2x + 2e + 2 = x$ , adică  $(x + 2)(e + 1) = 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$  și deci  $e = -1$ .

**c)** Cum  $2 \circ (3 * 1) = (2 + 2)(3 + 1 + a + 2) - 2 = 4(6 + a) - 2 = 4a + 22$  și  $(2 \circ 3) * (2 \circ 1) = (2 + 2)(3 + 2) - 2 + (2 + 2)(1 + 2) - 2 + a = a + 28$  atunci se obține  $a = 2$ .

**d)** Se verifică condițiile din definiția grupului (legea este peste tot definită, este asociativă și comutativă, admite elementul neutru  $e = -a$  și orice element  $x \in \mathbb{Q}$  admite simetricul  $x' = -2a - x \in \mathbb{Q}$ ).

**e)** Cum  $x \circ x = (x + 2)^2 - 2$ , atunci  $x \circ x \circ x = (x + 2)^3 - 2$ . Imediat  $m = -2$ .

**f)** Avem  $x * x = x \circ x \Leftrightarrow 2x + 2 = (x + 2)^2 - 2 \Leftrightarrow x(x + 2) = 0$  de unde  $x \in \{-2, 0\}$ .