Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a) $x+\frac{1}{x}-2=\frac{(x-1)^2}{x}\geq 0, \forall x>0$.

b) $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$.

c) Fie $h(x)=f'(x), h:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, Funcția *h* este strict crescătoare pe $(0,\infty)$ dacă $h'(x)>0, \forall x>0$.

$$h'(x)=\frac{2}{x^3}>0, \forall x>0$$

d) $f'(x)\neq 0 \Rightarrow x\neq\pm 1\Rightarrow D=(0,\infty)\setminus\{1\}$ domeniul de definiție al funcției g.

e) Prin calcul direct se obține relația cerută.

f) $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\infty$, nu are asimptote orizontale

$y=mx+n$, ecuația asimptotei oblice

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x^2-1}=1=m$

$\lim\limits_{x\to\infty}\left[g(x)-mx\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{x^2-1}=0$,

$y=x$ asimptota spre $+\infty$.