Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

a). Inecuația este $x^3 - 3x \le x^3$ sau $-3x \le 0$. Rezultă mulțimea de soluții $x \in [0,+\infty)$

b). Caz de nedeterminare $\frac{0}{0}$. Se explicitează numărătorul $f(x) - x^3 + 6 = -3x + 6$. Se obține:

$\lim\limits_{x\to 2} \frac{-3x+6}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{-3}{x+2} = \frac{-3}{4}$.

c). Funcția este continuă pe $\mathbb{R}$, deci are semn constant pe fiecare interval pe care nu se anulează.
Se scrie $x(x^2-3)=0$ sau $x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$ **.** Soluțiile ecuației $f(x)=0$ sunt $x \in \{0,-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$.

Tabelul de semn

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-\,-\,-\ \ -\,-$	0	$+\,+\,+\ \ +$	0	$-\,-\,-\,-\,-\,-\,-$	0	$+++++$	

d). Funcția este derivabilă pe $\mathbb{R}$, fiind diferență de funcții derivabile . Rezultă că $f'(x) = 3x^2 - 3$, $x \in \mathbb{R}$.
Se obțin soluțiile $x=-1$, $x=1$

e). Se explicitează $f(x) - x^3 = -3x$. Se obține $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)-x^3}{x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-3x}{x+2} = -3$.

Rezultă ecuația $a^2 - 12 = -3$. Se obțin soluțiile $a=-3$ **,** $a=3$

f). Se obține $f'(a+2) = 3(a+2)^2 - 3$. Rezultă ecuația $3(a+2)^2 - 3 = 0$ sau $a^2 + 4a + 3 = 0$.
Soluțiile ecuației sunt: $a=-3$, $a=-1$