

Soluție:

1. $f(1)=1 \Leftrightarrow \frac{3m-6}{2} - \frac{10-m}{3} = 1 \Leftrightarrow m=4.$

2. a) $\begin{cases} f(1)=0 \\ f(-1)=6 \\ f(0)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ a-b+c=6 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2=14.$

b) $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$ (*).

$$x_1^2 + x_2^2 = 6 + x_1 x_2 \Leftrightarrow S^2 - 2P = 6 + P \Leftrightarrow 4(m-2)^2 - 3(m^2 - 5m + 4) - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow m \in \{-1, 2\} \text{ și din (*)} \Rightarrow m = 2.$$

3. $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right); -\frac{b}{2a} = -1; -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16}{4} = -4.$

4. a) Condiție de existență: $x \geq 0$. Amplificând fiecare fracție cu $\sqrt{x+i} - \sqrt{x+i-1}, i=1,10$, ecuația devine: $\sqrt{x+10} - \sqrt{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x+4 = \sqrt{x(x+10)} \wedge x+4 \geq 0 \Rightarrow x=8.$

b) $2^{(1-x)(x+2)} = 1 \Leftrightarrow (1-x)(x+2) = 0 \Rightarrow x \in \{-2, 1\}.$