Solutie

1a). $\lim\limits_{x\searrow 0}\left(x+\ln x\right)=-\infty$,deci x=0 este asimptota verticala;

$\lim\limits_{x\to\infty} f\left(x\right)=\infty$,deci nu avem asimptota orizontala;

m=1 dar n nu este finit,deci nu avem asimptota oblica

b) $g_n\left(x\right)=x^n+x^{-n}$, $g_n''\left(x\right)=n\left(n-1\right)x^{n-2}+n(n+1)x^{-n-2}>0,\forall x>0$,deci functiile sunt convexe

c) sirul $\left(x_n\right)_n$ este crescator si marginit superior de 2,deci convergent

si scriind relatia $\left(\frac{x_n}{2}\right)^n+\frac{\ln x}{2^n}=1$ rezulta ca singura limita posibila este 2.

2a) $I_2=\int_0^x\frac{t^2}{t+1}dt=\int_0^x\left(t-1+\frac{1}{t+1}\right)dt==\frac{x^2}{2}-x+\ln\left(x+1\right)$

b) $I_n+I_{n-1}=\int_0^x\frac{t^n+t^{n-1}}{t+1}dt=\int_0^x t^{n-1}dt=\frac{t^n}{n}\Big|_0^x=\frac{x^n}{n}$

c) $\frac{t^n}{t+1}<t^n,\forall t\in\left[0;x\right]$

$0<I_n<\int_0^x t^n dt=\frac{x^{n+1}}{n+1}\to 0,\forall x\in\left[0;1\right]$

de unde rezulta $\lim\limits_{n\to\infty} I_n=0$