

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

- a) $f'(x) = 1 - \frac{e}{x} = \frac{x-e}{x}, \forall x \in (0, +\infty)$
- b) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e) = 0$
- c) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$
 $x \in (0, e] \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ descrescătoare
 $x \in [e, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ crescătoare
- d) $x \in (0, e], f$ descrescătoare $\Rightarrow f(x) \geq f(e) \Rightarrow f(x) \geq 0$
 $x \in [e, +\infty), f$ crescătoare $\Rightarrow f(x) \geq f(e) \Rightarrow f(x) \geq 0$
 $\Rightarrow f(x) \geq 0, x \in (0, +\infty)$
- e) Presupunem $e^x \geq x^e, x \in (0, +\infty)$. Prin logaritmare a inegalității obținem
 $\ln e^x \geq \ln x^e \Leftrightarrow x \geq e \ln x \Leftrightarrow x - e \ln x \geq 0$
Cum $f(x) \geq 0$ adevărat, pentru $x \in (0, +\infty)$ conform punctului d)
 $\Rightarrow e^x \geq x^e, x \in (0, +\infty)$
- f) $\frac{-x^2 + 3x + 10}{x^2 - x + 4} \geq 0$
 $x^2 - x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x^2 + 3x + 10 \geq 0 \Rightarrow x \in [-2, 5]$
 $A = [-2, 5] \Rightarrow A$ este mărginită