

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 056**

Pe mulțimea  $A = [0,1)$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{xy}{2xy - x - y + 1}, \forall x, y \in A$ .

- 5p** a) Să se demonstreze că  $x * y = \frac{2xy}{(2x-1)(2y-1)+1}, \forall x, y \in A$ .
- 5p** b) Să se arate că pentru oricare  $x, y \in A$ , rezultă că  $x * y \in A$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că, pentru oricare  $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$  rezultă că  $x * x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ .
- 5p** d) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” admite element neutru pe  $A$ .
- 5p** e) Să se determine mulțimea  $B \subset A$ ,  $B = \left\{x \in A \mid \text{există } x' \in A, \text{ astfel încât } x * x' = x' * x = \frac{1}{2}\right\}$ .
- 5p** f) Să se demonstreze că  $(A \setminus \{0\}, *)$  este grup comutativ.