

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 034

1. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}^* \right\}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$. Se notează cu X^t transpusa matricei X .

5p a) Să se calculeze $A^t \cdot A$.

5p b) Să se arate că, pentru orice matrice $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ din M , are loc egalitatea $\det(X \cdot X^t) = (ad - bc)^2$.

5p c) Să se arate că, pentru orice matrice $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \in M$ cu $\det(X \cdot X^t) = 0$, are loc relația $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

2. Se consideră legea de compoziție pe \mathbb{R} definită prin $x \circ y = xy - x - y + 2$.

5p a) Să se arate că legea “ \circ ” este asociativă.

5p b) Să se arate că dacă $x, y \in (1, +\infty)$, atunci $x \circ y \in (1, +\infty)$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{Z}$ cu proprietatea că $x \circ a = a$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.