

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 098

1. Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

5p a) Să se verifice dacă $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x > 1$.

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 2$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq e^2$, pentru orice $x > 1$.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_n(x) = \sqrt{x^n + 4x}$.

5p a) Să se verifice că $\int_1^4 f_1(x) dx = \frac{14\sqrt{5}}{3}$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)} dx$.

5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$g : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$.