

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 050

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 0$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se demonstreze că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$ și $g(x) = x$.

5p a) Să se verifice că $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = e - 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_0^1 f(x^n) \cdot g^{2n-1}(x) dx = \frac{e-1}{2n}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.