

**Soluție:**

1. a) Prin calcul direct, rezultă  $A^2 - B^2 = 0_2$ .

b) Se arată că  $I_2 + A + A^2 + A^3 + A^4 = I_2 + 2 \cdot (A + A^2) = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

Atunci,  $\det(I_2 + A + A^2 + A^3 + A^4) = 5$ .

c) Pentru  $n \in \mathbb{Z}$  oarecare, fie  $X_n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Se arată că  $X_n^2 = I_2$ .

2. a) Restul căutat este polinomul  $r = 2X + 3$ .

b) Avem  $f = (X - x_1) \cdot (X - x_2) \cdot (X - x_3) \cdot (X - x_4)$ , deci  $(1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot (1 - x_3) \cdot (1 - x_4) = f(1) = 5$ .

c)  $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4) = (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)(1 - x_4)(-1 - x_1)(-1 - x_2)(-1 - x_3)(-1 - x_4)$ ,

deci  $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4) = f(1) \cdot f(-1) = 5$ .