

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1a). Cu $x = \frac{\pi}{2} - y$ obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx = J$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ deci dreapta de ecuație $x = 1$ este asimptotă verticală la graficul funcției

b) $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 1 \right) = 1$$

$y = x + 1$ asimptotă oblică spre $+\infty$

c) $f'(x) = \frac{x^2 - x - 1}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}, \quad x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

$$f'(x) = \frac{-x^2 - x + 1}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}, \quad x \in (-1; 1), f \text{ derivabilă pe } \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$$

2a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin x) dx = 2$

b) $F'(x) = f_4(x)$

$$F''(x) = 4 \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) f_4^2(x)$$

$$F''(x) = f_4^2(x) \sin 4x$$

c) Cu $x = \frac{\pi}{2} - y$ obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx = J$

$$I + J = \frac{\pi}{2}$$

$$I = J = \frac{\pi}{4}$$