

Soluție

1. $\log_{16} 24 = \frac{\log_2(2^3 \cdot 3)}{\log_2(2^4)} = \frac{3 + \log_2 3}{4} = \frac{3 + \frac{1}{\log_3 2}}{4} = \frac{3 + \frac{1}{a}}{4} = \frac{1 + 3a}{4a}.$

2. Fie a și b numerele căutate. Avem $\begin{cases} a + b = 1 \\ a \cdot b = -1 \end{cases}.$

Numerele a și b vor fi soluțiile ecuației de gradul al doilea $x^2 - x - 1 = 0$, adică $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ și $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$

3. Ecuația se scrie $2 \cdot 2^{2x} + 4 \cdot 2^x = 160 \Leftrightarrow 2^{2x} + 2 \cdot 2^x = 80 \Leftrightarrow (2^x + 1)^2 = 81$ și cum $2^x + 1 > 0$ obținem $2^x + 1 = 9$, de unde $x = 3.$

4. Putem alege 3 fete din cele 12 în C_{12}^3 moduri. La fiecare alegere a fetelor putem alege 2 băieți din cei 10 în C_{10}^2 moduri. Comitetul clasei poate fi ales în $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 9900$ moduri.

5. Avem $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}.$ Ecuația paralelei prin C la AB este $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2}$, adică $2x + 3y - 11 = 0.$

6. Deoarece $6 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, rezultă că numărul real 6 se reprezintă pe cercul trigonometric în cadranul IV.

În concluzie $\sin 6 < 0.$