

## Rezolvare

1) a)  $f'(x) = 3\left(x^2 - 1 + \frac{1}{1+x^2}\right) = 3 \cdot \frac{x^4}{1+x^2} > 0$ . este asimptotă orizontală spre  $+\infty$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  și  $f$  este continuă, deci este surjectivă. Conform (a)  $f$  este injectivă.

c) Singura valoare pentru  $n$  este 3 și limita este 1.

2) a)  $I_1 = \int_0^1 x \cdot e^x dx = x \cdot e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = 1$ .

b)  $I_{n+1} - I_n = \int_0^1 e^x (x^{n+1} - x^n) dx \leq 0$ , deci  $(I_n)_{n \geq 1}$  este descrescător și mărginit inferior de 0.

c)  $I_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} (e^x)' dx = e - I_n - n I_n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} n I_n = e$ .