

Soluție:

1. a) Determinantul sistemului este $\Delta = -5a + 20$. Obținem $a = 4$.

b) Dacă $\Delta \neq 0$, sistemul este de tip Cramer, deci este compatibil.

Pentru $\Delta = 0$, deci pentru $a = 4$, un minor principal este $\Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$, iar sistemul este incompatibil

dacă și numai dacă $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & b \end{vmatrix} \neq 0$, adică pentru $b \neq 4$.

c) Din $x + z = 2y$ și din prima ecuație rezultă $y = \frac{1}{4}$. Din primele două ecuații deducem $x = \frac{3}{4}$, $z = -\frac{1}{4}$

și din ecuația a treia, singura condiție este $a + 4b = 20$, verificată de o infinitate de perechi

$(a, b) \in \{(20 - 4b, b) \mid b \in \mathbb{R}\}$.

2. a) $A \in G \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = 0 \\ \sin t = a \end{cases}$. Obținem $a \in \{-1, 1\}$.

b) Calcul direct.

c) Se verifică axiomele grupului.

Elementul neutru este $X(0) = I_2$ și pentru $X(t) \in G$, $(X(t))^{-1} = X(-t) \in G$.