

Rezolvare

1) a) $f'(x) = \frac{4}{(\sqrt{3}-x)^2}$ deci f este strict crescătoare.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\sqrt{3}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3}$ este asimptotă orizontală la $\pm\infty$.

$x = \sqrt{3}$ este asimptotă verticală.

c) $\operatorname{ctg}\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\operatorname{ctg} a + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - \operatorname{ctg} a}$ și astfel rezultă periodicitatea.

2) a) $F'(x) = f(x) \Rightarrow F''(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x) \Rightarrow 0$ este punct de inflexiune.

b) $\int_0^1 x \cdot f(x) = -\frac{1}{2} \int_0^1 e^{-x^2} \cdot (-x^2)' dx = \frac{1-e^{-1}}{2}$.

c) $\int_0^1 F(x) \cdot (x)' = F(x) \cdot x \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) \cdot x = -\frac{1-e^{-1}}{2}$.