

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

1. a) Se arată că $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = 0$, deci punctele A, B, C sunt coliniare.

b) Între linii există relația $L_3 = 6L_1 - 2L_2$. Rangul este 2.

c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$, deci $\text{rang}(M) \geq 2$.

Dacă unul dintre minorii de ordinul trei ai lui M care conțin ultima coloană este nul, atunci punctul $D(a, b)$ este coliniar cu două dintre punctele A, B și C .

Din a) rezultă că punctele A, B, C, D sunt coliniare, deci toți ceilalți minori de ordinul 3 ai matricei M sunt nuli. Așadar $\text{rang}(M) = 2$.

2. a) $4 \circ 5 \circ 6 = 9$.

b) Se demonstrează că funcția f este bijectivă și $\forall x, y \in (0, \infty)$, $f(x \cdot y) = f(x) \circ f(y)$.

c) Fie $q \in \mathbb{Q}$, $q > 3$. Atunci, există $m, n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $q = 3 + \frac{m}{n}$.

$\forall t \in \mathbb{N}^*$, avem $k = 3 + t \in H$ și deoarece H este subgrup al lui G , rezultă că și simetricul $k' = \frac{1}{t} + 3 \in H$.

Deci $m + 3, \frac{1}{n} + 3 \in H$, de unde și $(m + 3) \circ \left(\frac{1}{n} + 3\right) = \frac{m}{n} + 3 = q \in H$.