

Soluții

1.a) $y = x + 1$ este asimptotă oblică spre ∞ .

b) Motivează ca f este derivabilă pe $\mathbb{R} - \{-2; 1\}$

Scrie formula $f'(x) = \frac{(x^3 + 3x^2 - 4)'}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^3 + 3x^2 - 4)^2}}$ și deduce relația cerută.

c) $f'(x) = \frac{3x(x+2)}{3\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)^4}} = \frac{x}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)}}, x \neq 1, x \neq -2$ Arată că

$$f'_s(-2) = +\infty, f'_d(-2) = -\infty.$$

2.a) $F_1(x) = \int_0^x (-e^{-t})' \cdot t dt = 1 - (x+1) \cdot e^{-x}.$

b) $F'_n(x) = x^n \cdot e^{-x}, x > 0; F''_n(x) = n \cdot x^{n-1} \cdot e^{-x} - x^n \cdot e^{-x} = x^{n-1} \cdot e^{-x}(n-x), x > 0$, de unde $x = n$ este punct de inflexiune.

c) $F_2(x) = \int_0^1 e^{-t} t^2 dt = \frac{-x^2}{e^x} - \frac{2x}{e^x} - \frac{2}{e^x} + 2$, de unde rezultă că limita cerută este egală cu 2.