

## Rezolvare

1) a)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = 0.$

b) Studiem continuitate într-un  $n \in \mathbb{Z}$ .  $\lim_{\substack{x \rightarrow n \\ x < n}} f(x) = 0$ ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow n \\ x > n}} f(x) = 0$  și  $f(n) = 0$ . Deci  $f$  este continuă pe intervalul  $[0, 3]$ .

c) Explicitând funcția observăm că 1 și 2 sunt puncte unghiulare și  $f$  este derivabilă pe  $[0, 3] \setminus \{1, 2\}$ .

2) a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 - \sin x} dx = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2 - \sin x)'}{2 - \sin x} dx = - \ln(2 - \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \ln 2.$

b)  $F'(x) = f(x)$  și  $f(x) > 0$  deoarece  $2 - \sin x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Deci  $F$  este strict crescătoare.

c)  $\frac{1}{2 - \sin t} \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^x f(t) dt \geq \frac{t}{3} \Big|_0^x = \frac{x}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty.$