

Soluție

1. $(2+i)^3 + (2-i)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 i + 3 \cdot 2i^2 + i^3 + 2^3 - 3 \cdot 2^2 i + 3 \cdot 2i^2 - i^3 = 4.$

2. $f(f(x)) = f^2(x) \Leftrightarrow x+4 = (x+2)^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ sau } x=-3.$

3. Ecuația se scrie $2 \cdot 3^{2x} + 2^x \cdot 3^x - 3 \cdot 2^{2x} = 0$ și împărțind prin 2^{2x} se obține $2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 3 = 0.$

Notăm $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x \Rightarrow 2y^2 + y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 1 \text{ și } y_2 = -\frac{3}{2}.$

Cum $\left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$, convine doar $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$

4. Mulțimea A are 1001 elemente, iar numărul celor divizibile cu 5 este dat de numărul k -urilor cu proprietatea $k \in \mathbb{N}$, $0 \leq 5k \leq 1000$ adică $0 \leq k \leq 200$. Probabilitatea cerută este $\frac{200}{1001}.$

5. Triunghiul AOB este dreptunghic în O . Avem $AO = 3$, $BO = 4$, $AB = 5$.

Fie x distanța de la O la dreapta AB . Atunci $AO \cdot OB = x \cdot AB \Rightarrow x = \frac{AO \cdot OB}{AB} \Rightarrow x = \frac{12}{5}.$

6. $m(\sphericalangle ADC) = 135^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ.$

Aria paralelogramului este $AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = 24\sqrt{2}.$