

Soluție

1. $z = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2} = -i \Rightarrow \operatorname{Im}(z) = -1.$
2. Avem $x^2 + mx + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2, 2).$
3. $\arcsin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \in [-1, 1] \text{ și } \sin\left(-\frac{1}{2}\right) = 2x.$ Soluția ecuației este $x = -\frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}.$
4. Mulțimea A conține 5 elemente pare și 5 impare. Dacă o submulțime cu 5 elemente a lui A conține două elemente pare, rezultă că celelalte trei elemente sunt impare. Putem alege 2 elemente pare din cele 5 în C_5^2 moduri, iar 3 elemente impare din cele 5 pot fi alese în C_5^3 . Numărul cerut în enunț este $C_5^2 \cdot C_5^3 = 100.$
5. Ecuația dreptei BC este $4x + 3y - 2 = 0.$ Atunci $d(O, BC) = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}.$
6. $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ și atunci $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}.$
 $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}.$