

Soluție

1. $\log_9 3 + \log_4 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$

2. $\Delta = -3m^2 - 6m + 9$

$$f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -3] \cup [1; \infty) \\ m \in (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3].$$

3. $2^x + 2^{x+1} + 2^{x-1} = 56 \Leftrightarrow 2^x \left(1 + 2 + \frac{1}{2}\right) = 56 \Leftrightarrow 2^x = 16 \Leftrightarrow x = 4.$

4. Dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci $\sqrt[3]{n} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow n$ este cub perfect. În mulțimea A sunt 10 cuburi perfecte: $1^3, 2^3, \dots, 10^3$.

Probabilitatea cerută este $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0,01$.

5. Cum $\overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MB}$, rezultă că $M \in (BC)$ și $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}$.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{BM}{BC} \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}.$$

6. $\sin 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{3}{5}.$