

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 023. változat**

**1.** Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + x + 1$  függvény.

**5p**     **a)** Igazold, hogy bármely  $n \in \mathbb{N}$  esetén az  $f(x) = 3 + \frac{1}{n+1}$  egyenletnek egyetlen  $x_n$  valós megoldása van.

**5p**     **b)** Igazold, hogy:  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ , ahol  $x_n$  az **a)** alpontból értelmezett.

**5p**     **c)** Számítsd ki:  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(x_n - 1)$ , ahol  $x_n$  az **a)** alpontból értelmezett.

**2.** Adott az  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{1+t} dt$  függvény.

**5p**     **a)** Számítsd ki:  $\int_0^a \frac{1}{1+t} dt$  integrált, ahol  $a > -1$

**5p**     **b)** Igazold, hogy  $f(x) < \ln(1+x)$ ,  $\forall x > 0$  esetén.

**5p**     **c)** Igazold, hogy  $f(\pi) > f(2\pi)$ .