

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT – 063. változat (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ x^3, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy  $|f(x)| \leq |x|$ ,  $\forall x \in [-1, 1]$  esetén.

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény folytonos a 0-ban.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  határértéket.

2. Adottak az  $a, b \in \mathbb{R}$  számok és az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} axe^x - x, & x \leq 0 \\ x \cos x + b, & x > 0 \end{cases}$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $a$  és  $b$  értékeket, tudva, hogy az  $f$  függvény, egy függvénynek a primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en.

5p b) Számítsd ki  $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$  értékét ha  $a = 0$  és  $b = 0$ .

5p c) Mutasd ki, hogy ha  $b = 0$ , akkor  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi} x^n f(x) dx = -\infty$ .