

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 097. változat

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p b) Határozd meg az A^{-1} mátrixot!

5p c) Igazold, hogy $(I_3 + A)^n = 2^{n-1}(I_3 + A)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

2. Tetszőleges $n \in \mathbb{N}^*$ esetén adott az $f_n = X^{3n} + 2X^2 - 4X - 1 \in \mathbb{C}[X]$ polinom.

5p a) Igazold, hogy az f_1 polinom nem osztható a $g = X - 2$ polinommal!

5p b) Határozd meg az f_3 polinom $X - 1$ polinommal való osztási hányadosa együtthatóinak összegét!

5p c) Igazold, hogy az f_n polinom $h = X^2 + X + 1$ polinommal való osztási maradéka nem függ az n számtól!