

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 072. változat

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Oldd meg a $\det(I_3 + xA^2) = 0, x \in \mathbb{R}$ egyenletet!

5p b) Határozz meg egy olyan B mátrixot, amelyre teljesül a $B^2 = A$ egyenlőség!

5p c) Igazold, hogy $\forall C \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), \forall x \in \mathbb{R}$ esetén $\det(C + xA)\det(C - xA) \leq (\det C)^2$.

2. Adott a $p = X^3 - X + m$ polinom, $m \in \mathbb{R}$, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Számítsd ki az x_1, x_2, x_3 gyököket, ha $m = -6$.

5p b) Számítsd ki az $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$ összeget!

5p c) Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre a p polinom minden gyöke egész szám!