

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 004. változat

1. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit.

5p b) Igazold, hogy az f függvénynek nincsenek helyi szélsőérték pontjai.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))^{n^2}, n \in \mathbb{N}^*$ határértéket.

2. Adott az $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}, I_n = \int_0^2 \frac{x^n}{x^n + 1} dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$ sorozat.

5p a) Számítsd ki az I_1 értékét.

5p b) Igazold, hogy $I_n \leq \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ határértéket.