

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 090. változat

1. Adott a $G = \left\{ A_x = \begin{pmatrix} 1 & 2x & 5x^2 - 2x \\ 0 & 1 & 5x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| x \in \mathbb{R} \right\}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy az A_x mátrix invertálható bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Igazold, hogy $A_x A_y \in G$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Határozd meg az A_3 mátrix inverzét!

2. Adottak az $f = X^3 + X + \hat{1} \in \mathbb{Z}_3[X]$ és a $g = \hat{2}X + \hat{1} \in \mathbb{Z}_3[X]$ polinomok.

5p a) Igazold, hogy $f(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbb{Z}_3$ esetén!

5p b) Határozd meg az f polinom \mathbb{Z}_3 halmazbeli gyökeit!

5p c) Bontsd fel az f polinomot $\mathbb{Z}_3[X]$ felett irreducibilis tényezők szorzatára!