

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 100. változat**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^3 - x^2 + x$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  szigorúan növekvő függvény  $\mathbb{R}$ -en.

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény invertálható.

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\ln x}$  határértéket.

2. Adott az  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 3x + 2} dx$  sorozat.

5p a) Számítsd ki  $I_1$  értékét.

5p b) Igazold, hogy  $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$  határértéket.