

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 080. változat**

1. Adott a  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \in S_5$  permutáció és az  $A = \{\sigma^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$  halmaz.

5p a) Határozd meg a  $\sigma$  permutáció inverzióinak számát!

5p b) Határozd meg az  $A$  halmaz elemeinek számát!

5p c) Igazold, hogy az  $A$  halmaz minden eleme páros permutáció!

2. Legyen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  egy függvény és legyen a  $H = \{T \in \mathbb{R} \mid f(x+T) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}\}$  halmaz.

5p a) Ha  $T \in H$ , igazold, hogy  $-T \in H$ .

5p b) Igazold, hogy  $H$  részcsoportja az  $(\mathbb{R}, +)$  csoportnak!

5p c) Határozd meg a  $H$  halmazz az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$  függvény esetén!