

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 006. változat

1. Adott $n \in \mathbb{N}^*$, legyen S_n az n -ed rendű permutációk halmaza és $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix}$ az identikus permutáció.

5p a) Ha $n = 4$ és $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in S_4$, számítsd ki a σ^4 permutációt!

5p b) Igazold, hogy minden $\sigma \in S_n$ permutáció esetén létezik $p \in \mathbb{N}^*$ úgy, hogy $\sigma^p = e$.

5p c) Határozz meg egy $\tau \in S_5$, $\tau \neq e$ permutációt úgy, hogy teljesüljön a $\tau^5 = \tau$ egyenlőség!

2. Tekintsük az $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$, $a \in \mathbb{C}$ egyenlet $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ gyökeit és a

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix} \text{ determinánst.}$$

5p a) $a = 1$ esetén oldd meg az egyenletet a komplex számok halmazán!

5p b) Igazold, hogy bármely $a \in \mathbb{R}$ esetén az egyenletnek egyetlen valós gyöke van!

5p c) Igazold, hogy a Δ determináns értéke nem függ az a számtól!