

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 096. változat**

1. Tetszőleges  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix esetén jelölje  $\text{Tr}(A) = a + d$ .

5p a) Igazold, hogy  $A^2 - \text{Tr}(A)A + (\det A)I_2 = O_2$ .

5p b) Ha  $\text{Tr}(A) = 0$ , igazold, hogy  $A^2B = BA^2$  bármely  $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix esetén!

5p c) Ha  $\text{Tr}(A) \neq 0$ ,  $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  és  $A^2B = BA^2$ , igazold, hogy  $AB = BA$ .

2. Adott  $a, b \in \mathbb{R}$  és az  $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$  polinom.

5p a) Határozd meg az  $f$  polinom négy gyökének négyzetösszegét!

5p b) Határozd meg  $a, b$  értékeit úgy, hogy az  $f$  polinom osztható legyen az  $(X - 1)(X - 3)$  polinommal!

5p c) Határozd meg  $a, b$  értékeit úgy, hogy az  $f$  polinomnak két darab kétszeres gyöke legyen!