

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 070. változat

1. Adott az $f_0 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_0(x) = e^{2x}$ függvény és értelmezzük minden $n \in \mathbb{N}^*$ esetén az $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f_n(x) = f'_{n-1}(x)$ függvényt.

- › a) Igazold, hogy $f_3(x) = 8e^{2x}, \forall x \in \mathbb{R}$.
- › b) Határozd meg az f_n függvény grafikus képének aszimptotáit.
- › c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(a) + f_2(a) + \dots + f_{n-1}(a)}{f_n(a)}$ határértéket, ahol a egy valós szám.

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x \ln^2 x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ függvény.

- › a) Igazold, hogy az f függvény integrálható a $[0,1]$ intervallumon.
- › b) Számítsd ki: $\int_0^1 f(x) dx$.
- › c) Számítsd ki: $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right) dx$.