

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 099. változat

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és a $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixok, valamint az

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \det(AA^t + xB)$ függvény.

5p a) Számítsd ki az AA^t mátrixot!

5p b) Igazold, hogy $f(0) \geq 0$.

5p c) Igazold, hogy létezik $m, n \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $f(x) = mx + n$.

2. Adott a $G = \{\cos q\pi + i \sin q\pi \mid q \in \mathbb{Q}\}$ komplex számokból álló halmaz.

5p a) Igazold, hogy $\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \in G$.

5p b) Igazold, hogy a G zárt részhalmaza a \mathbb{C} halmaznak a komplex számok szorzására nézve!

5p c) Igazold, hogy az $f = X^6 - 1 \in \mathbb{C}[X]$ polinom minden gyöke a G halmazban van!