

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 065. változat

1. Adott az
$$\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ 3x - y - 2z = b \end{cases}$$
 egyenletrendszer, $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg a, b azon értékeit, amelyekre az $(1, 1, 1)$ megoldása a rendszernek!

5p b) Határozd meg a, b értékeit úgy, hogy a rendszer inkompatibilis legyen!

5p c) Igazold, hogy bármely $a \in \mathbb{Z}$ esetén létezik $b \in \mathbb{Z}$ úgy, hogy a rendszer megoldásában csak egész számok szerepeljenek!

2. Adott az $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & a & \hat{0} \\ b & c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_2 \right\}$ mátrixhalmaz.

5p a) Határozd meg az A halmaz elemeinek számát!

5p b) Igazold, hogy bármely $X \in A$ esetén $X^2 = I_3$ vagy $X^2 = O_3$.

5p c) Határozd meg az A halmaz azon X mátrixainak számát, amelyek teljesítik az $X^2 = O_3$ egyenlőséget!