

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 082. változat**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x + ay + (b + c)z = 0 \\ x + by + (c + a)z = 0 \\ x + cy + (a + b)z = 0 \end{cases}$$
 valós együtthatós lineáris egyenletrendszer.

**5p** a) Számítsd ki a rendszer mátrixának determinánsát!

**5p** b) Igazold, hogy bármely  $a, b, c \in \mathbb{R}$  esetén a rendszernek van a triviálistól különböző megoldása!

**5p** c) Oldd meg az egyenletrendszert, ha  $a \neq b$  és az  $(1, 1, 1)$  számhármassal megoldása az egyenletrendszernek!

2. Adott a  $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$  halmaz.

**5p** a) Igazold, hogy  $G$  zárt részhalmaza az  $M_2(\mathbb{C})$  halmaznak a mátrixok szorzására nézve!

**5p** b) Igazold, hogy  $(G, \cdot)$  kommutatív csoport!

**5p** c) Igazold, hogy az  $f : (\mathbb{C}^*, \cdot) \rightarrow (G, \cdot), f(x + iy) = \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix}, \forall x, y \in \mathbb{R}$  függvény csoportizomorfizmus!