

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 073. változat

1. Adott $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix esetén minden $A(x, y)$ ponthoz hozzárendeljük az $A_M(x', y')$ pontot az $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ egyenlőség alapján.

- 5p a) Határozd meg az A_M pont koordinátáit, ha $a=1, b=2, c=3, d=4$ és $A(-1,1)$.
- 5p b) Ha $a=1, b=2, c=2, d=4$, igazold, hogy mindenik A_M pont az $y=2x$ egyenesen helyezkedik el!
- 5p c) Legyen A, B, C három pont a síkban. Ha S és S_M az ABC illetve az $A_M B_M C_M$ háromszögek területe, igazold, hogy $S_M = S \cdot |\det M|$.

2. Adott az $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ \hat{0} & a & d \\ \hat{0} & \hat{0} & a \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_2 \right\}$ halmaz.

- 5p a) Határozd meg az A halmaz elemeinek számát!
- 5p b) Igazold, hogy az A halmaz zárt a mátrixok szorzására nézve!
- 5p c) Oldd meg az $X^2 = X$, $X \in A$ egyenletet!