

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 087. változat

1. Adott az $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix, amelynek minden eleme 1.

5p a) Igazold, hogy $A^2 = 3A$.

5p b) Számítsd ki $\det(I_3 + A^3)$ értékét!

5p c) Ha $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ egy olyan mátrix, amelyre $AB = BA$, igazold, hogy a B mátrix minden sorában és minden oszlopában az elemek összege ugyanannyi!

2. Legyen $\mathbb{Z}_{21} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{20}\}$ a maradékosztályok gyűrűje modulo 21.

5p a) Igazold, hogy a gyűrű elemeinek összege $\hat{0}$.

5p b) Számítsd ki az $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{20}$ szorzatot!

5p c) Határozd meg a gyűrű azon elemeinek számát, amelyek nem invertálhatóak!