

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 032. változat**

1. Adott az 
$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = a \end{cases}$$
 egyenletrendszer,  $a \in \mathbb{R}$  és a  $(C): x^2 + y^2 = z^2$  egyenlet.

5p a) Igazold, hogy a rendszer determinánsának értéke  $(a+2)(a-1)^2$ .

5p b) Igazold, hogy egyetlen  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$  esetén sem teljesíti a rendszer megoldása a  $(C)$  egyenletet!

5p c) Határozd meg az  $a$  azon értékeit, amelyekre az egyenlet megoldásai közül pontosan kettő teljesíti a  $(C)$  egyenletet!

2. Adott a  $G \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$ ,  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 10b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 10b^2 = 1 \right\}$  mátrixhalmaz.

5p a) Igazold, hogy  $A = \begin{pmatrix} 19 & 60 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \in G$ .

5p b) Igazold, hogy  $X \cdot Y \in G$ ,  $\forall X, Y \in G$  esetén!

5p c) Igazold, hogy a  $G$  halmaznak végtelen sok eleme van!