

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 024. változat**

- 5p** 1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sin x$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $f$  szigorúan növekvő függvény.
- 5p** b). Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képének nincs aszimptotája.
- c) Igazold, hogy a  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$  függvény deriválható  $\mathbb{R}$ -en.
2. Adott az  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye a  $[0, \infty)$  intervallumon.
- 5p** b) Számítsd ki  $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$  értékét.
- 5p** c) Felhasználva esetleg az  $e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  egyenlőtlenséget igazold, hogy  $0 \leq \int_0^x f(t) dt < 1, \forall x > 0$  esetén.