

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 030. változat**

1. Adottak az  $a, b, c$  valós számok, az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 2x + 3$  függvény és az

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ f(a) & f(b) & f(c) \end{vmatrix} \text{ determinánsok.}$$

5p a) Igazold, hogy  $A = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$ .

5p b) Igazold, hogy  $A = B$ .

5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képén található tetszőleges három olyan különböző pont esetén, amelyek koordinátái természetes számok, a pontok által alkotott háromszög területe egy 3-mal osztható természetes szám!

2. Adott az  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$  mátrix és a  $G = \{ X(a) = I_2 + aA \mid a \in \mathbb{R} \}$  halmaz.

5p a) Igazold, hogy  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  esetén  $X(a)X(0) = X(a)$  és  $X(a)X(b) = X(a+b-10ab)$ .

5p b) Igazold, hogy a  $H = \left\{ X(a) \mid a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{10} \right\} \right\}$  zárt részhalmaz a mátrixok szorzására nézve!

5p c) Oldd meg az  $X^2 = I_2$ ,  $X \in G$  egyenletet!