

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 015. változat**

1. Adott az 
$$\begin{cases} ax + by + cz = 1 \\ cx + ay + bz = 1 \\ bx + cy + az = 1 \end{cases}$$
 egyenletrendszer,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Számítsd ki a rendszer mátrixának determinánsát!

**5p** b) Ha  $a^3 + b^3 + c^3 \neq 3abc$  igazold, hogy a rendszernek egyetlen megoldása van!

**5p** c) Ha  $a + b + c = 0$  igazold, hogy a rendszer inkompatibilis!

2. Az  $f \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = X^4 - 5X^2 + 5$  polinom gyökei  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

**5p** a) Számítsd ki az  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$  összeg értékét!

**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  polinom minden gyöke valós!

**5p** c) Ha  $g$  egy olyan valós együtthatós polinom, amely teljesíti a  $|g(x)| \leq |f(x)|$  egyenlőtlenséget  $\forall x \in \mathbb{R}$  esetén, igazold, hogy létezik olyan  $a \in [-1, 1]$ , amelyre  $g = af$ .