

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 083. változat**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$  függvény.

- 5p** a) Igazold, hogy az  $x=1$  egyenletű egyenes a függvény grafikus képének függőleges aszimptotája.  
**5p** b) Igazold, hogy a függvény grafikus képének van aszimptotája  $+\infty$ -ben.  
**5p** c) Tanulmányozd az  $f$  függvény deriválhatóságát.

2. Adott az  $f_n : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{1}{\cos^n x + \sin^n x}$  függvény, ahol  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5p** a) Számítsd ki  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{f_1(x)} dx$  értékét.

**5p** b) Ha  $F$  az  $f_4$  egy primitív függvénye igazold, hogy  $F''(x) = (f_4(x))^2 \sin 4x$ ,  $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

**5p** c) Igazold, hogy:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x f_4(x) dx = \frac{\pi}{4}$ .