

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 087. változat**

1. Adott az  $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a^x - x^a, a > 0$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki  $f'(1)$ -et.

**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az  $x = a$  abszcisszájú pontban.

**5p** c) Igazold, hogy ha  $f(x) \geq 0, \forall x > 0$ , akkor  $a = e$ .

2. Adott  $I_n = \int_1^e \ln^n x dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$  esetén.

**5p** a) Számítsd ki az  $I_1$  értékét.

**5p** b) Igazold, hogy  $I_n = e - nI_{n-1}, \forall n \geq 2$ .

**5p** c) Igazold, hogy az  $(I_n)_{n \geq 1}$  sorozat konvergens.