

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 010. változat

1. Adottak az $e, \alpha \in S_3$ permutációk, $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5p a) Számítsd ki az α^3 permutációt!

5p b) Oldd meg az $\alpha^{2008} \cdot x = e$ egyenletet, ahol $x \in S_3$.

5p c) Igazold, hogy az S_3 halmaz összes permutációjának szorzata egy páratlan permutáció, függetlenül a tényezők sorrendjétől!

2. Tetszőleges $a \in \mathbb{Z}_5$ esetén tekintsük az $A(a) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5)$, $A(a) = \begin{pmatrix} a & \hat{2} \\ \hat{2} & a \end{pmatrix}$ mátrixot.

5p a) Igazold, hogy $\forall x \in \mathbb{Z}_5$ esetén teljesül az $x^5 = x$ egyenlőség!

5p b) Igazold, hogy $\forall a \in \mathbb{Z}_5$ esetén $(A(a))^5 = A(a)$.

5p c) Határozd meg $a \in \mathbb{Z}_5$ azon értékeit, amelyekre $(A(a))^{2008} = (A(a))$.