

III. FELADAT (30p) – 030. változat

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{x^3}{6} - \sin x$ függvény.

5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ határértéket.

5p b) Számítsd ki az f függvény másodrendű deriváltját.

5p c) Igazold, hogy $f(x) \leq 0$, $\forall x \geq 0$ esetén.

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2$ függvény.

5p a) Számítsd ki $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ értékét.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$ határértéket.

5p c) Igazold, hogy $\int_0^1 \cos(x^2) dx \geq \frac{9}{10}$.