

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 020. változat

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x + 3x^2 - 2x + 5$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény szigorúan növekvő a $[0, \infty)$ intervallumon.

5p b) Igazold, hogy az f függvény nem szürjektív.

5p c) Számítsd ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{f(-1) + f(-2) + f(-3) + \dots + f(-n) - n} \right)$.

2. Adott az $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \frac{1}{(1+t^2)(1+t^3)}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $\int_0^1 (t^3 + 1)f(t)dt$ értékét.

5p b) Igazold, hogy: $\int_{\frac{1}{x}}^1 f(t)dt = \int_1^x t^3 f(t)dt$, $\forall x > 0$.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{x}}^x f(t)dt$ határértéket.