

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 077. változat

1. Adott egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre $x \cdot f(x) = e^x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$ esetén.

5p a) Írd fel f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az $x=e$ abszcisszájú pontban.

5p b) Igazold, hogy az f függvény akkor és csak akkor folytonos az $x=0$ pontban, ha $f(0)=1$

5p c) Ha az f függvény folytonos az $x=0$ pontban igazold, hogy f deriválható \mathbb{R} -en..

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény $[0, \pi)$ intervallumra való leszűkítésének egy primitív függvényét.

5p b) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye szigorúan növekvő \mathbb{R} -en.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$ határértéket.