

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 098. változat

1. Bármely $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ esetén értelmezzük az $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n + nx - 1$ függvényt.

5p a) Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ esetén az f_n függvény konvex.

5p b) Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ esetén az $f_n(x) = 0$ egyenletnek egyetlen megoldása van.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ határértéket, ahol x_n az $f_n(x) = 0$ egyenlet egyetlen megoldását jelöli.

2. Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$, $g(x) = \int_{-x}^x f(t) \cos t \, dt$ függvények.

5p a) Számítsd ki $\int_0^1 f(x) \, dx$ értékét.

5p b) Számítsd ki: $g'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Számítsd ki $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$ értékét.