

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 081. változat

1. Adott a
$$\begin{cases} \hat{2}x + my + \hat{3}z = \hat{4} \\ x + \hat{3}y + \hat{2}z = \hat{3} \\ x + \hat{3}y + z = \hat{1} \end{cases}$$
 egyenletrendszer, amelynek együtthatói a \mathbb{Z}_7 halmazból vannak.

5p a) Számítsd ki a rendszer mátrixának determinánsát!

5p b) Igazold, hogy bármely $m \in \mathbb{Z}_7$ esetén az $x = \hat{6}$, $y = \hat{0}$, $z = \hat{2}$ megoldása a rendszernek!

5p c) Ha $m = \hat{6}$, igazold, hogy a rendszernek van legalább két megoldása!

2. Adottak az $a, b \in \mathbb{Q}$ számok és az $f = X^3 + X^2 + aX + b$ polinom.

5p a) Ha az $1+i$ szám az f polinom gyöke, határozd meg a és b értékét!

5p b) Ha az $1-\sqrt{2}$ szám az f polinom gyöke, határozd meg a és b értékét!

5p c) Ha az f polinomnak van egy háromszoros gyöke, határozd meg a és b értékét!