

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 088. változat

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg x$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képehez húzott érintő egyenletét az $x = 1$ abszcisszájú pontban.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - f(x)}{x^3}$ határértéket.

5p c) Igazold, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x - 1)f(x)$ függvénynek egyetlen szélsőérték pontja van.

2. Adott az $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 x^{2n} \sin x dx$ sorozat.

5p a) Számítsd ki az I_1 értékét.

5p b) Igazold, hogy az $(I_n)_{n \geq 1}$ sorozat konvergens.

5p c) Bizonyítsd be, hogy $I_n = 2n \sin 1 - \cos 1 - 2n(2n - 1)I_{n-1}$, $\forall n \geq 2$ esetén.