

**III. FELADAT (30p) – 031. változat**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$  függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képének van aszimptotája  $-\infty$ -ben.  
5p b) Határozd meg az  $f$  függvény deriválhatósági tartományát.  
5p c) Határozd meg az  $f$  függvény helyi szélsőérték pontjait.

2. Adott az  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  sorozat.

- 5p a) Számítsd ki  $I_2$  értékét.  
5p b) Igazold, hogy  $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  esetén.  
5p c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$  határértéket.