

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 024. változat**

1. Adott  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$  mátrix esetén  $A^t$  jelöli az  $A$  mátrix transzponáltját.

5p a) Igazold, hogy  $\forall z \in \mathbb{C}$  és  $\forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$  esetén  $\det(zX) = z^3 \det(X)$ .

5p b) Igazold, hogy  $\det(A - A^t) = 0$ .

5p c) Ha  $A \neq A^t$ , igazold, hogy  $\text{rang}(A - A^t) = 2$ .

2. Adott az  $f \in \mathbb{Q}[X]$ ,  $f = X^4 - 5X^2 + 4$  polinom.

5p a) Határozd meg az  $f$  polinom gyökeit!

5p b) Határozd meg azt a  $h \in \mathbb{Q}[X]$  polinomot, amelyre  $h(0) = 1$  és gyökei megegyeznek az  $f$  polinom gyökeinek inverzeivel!

5p c) Ha  $g$  egy olyan egész együtthatós polinom, amelyre  $g(-2) = g(-1) = g(1) = g(2) = 2$ , igazold, hogy a  $g(x) = 0$  egyenletnek nincs egész gyöke!