

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 069. változat

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy $A^3 - A = A^2 - I_3$.

5p b) Igazold, hogy $A^n - A^{n-2} = A^2 - I_3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ esetén!

5p c) Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén az A^n mátrix elemeinek összege $n + 3$.

2. Tetszőleges $n \in \mathbb{N}^*$ esetén legyen a $P_n = X^n - 1 \in \mathbb{C}[X]$ polinom.

5p a) Határozd meg a P_4 polinom komplex gyökeit!

5p b) Bontsd fel a P_3 polinomot $\mathbb{C}[X]$ felett irreducibilis tényezők szorzatára!

5p c) Bontsd fel a P_{12} polinomot $\mathbb{R}[X]$ felett irreducibilis tényezők szorzatára!