

III. FELADAT (30p) – 028. változat

1. Adott az $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$ ahol $\{x\}$ az x valós szám tört részét jelöli.

5p **a)** Számítsd ki a $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$ határértéket.

5p **b)** Határozd meg az f függvény folytonossági tartományát.

5p **c)** Határozd meg az összes olyan pontot, amelyben a függvény nem deriválható.

2. Adottak az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2 - \sin x}$ és $F : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

függvények.

5p **a)** Számítsd ki $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx$ értékét.

5p **b)** Igazold, hogy a F függvény szigorúan növekvő.

5p **c)** Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ határértéket.