

III. FELADAT (30p) – 046. változat

1. Adott az $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|\ln x|}{\sqrt{x}}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény nem deriválható az $x_0 = 1$ pontban.

5p b) Határozd meg az $f(x) = m$ egyenlet megoldásainak számát az m valós paraméter függvényében.

5p c) Igazold, hogy: $3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}$.

2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x t \sin 2t \, dt$ és $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_0^{\cos^2 x} \arccos \sqrt{t} \, dt$ függvények.

5p a) Számítsd ki $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ értékét.

5p b) Számítsd ki $g'(x)$ -et, ahol $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

5p c) Igazold, hogy $f(x) + g(x) = \frac{\pi}{4}$, $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.