

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 012. változat

- 5p** 1. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^{\frac{1}{x}}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $x - (x+1)\ln(x+1) < 0, \forall x > 0$ esetén.
- 5p** b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ határértéket.
- 5p** c) Igazold, hogy az f csökkenő függvény.
- 5p** 2. Adott az $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^1 e^{-t} t^{x-1} dt$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $f(2)$ értékét.
- 5p** b) Igazold, hogy $f(x) \leq \frac{1}{x}, \forall x \geq 1$ esetén.
- 5p** c) Igazold, hogy $f(x+1) = x \cdot f(x) - \frac{1}{e}, \forall x > 1$ esetén.