

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 066. változat**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény deriváltját a  $(-1, 1)$  intervallumon.

5p b) Határozd meg a függvény grafikus képének aszimptotáját  $+\infty$ -ben.

5p c) Igazold, hogy a  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^{-2}f(x)$  függvény korlátos.

2. Adott az  $f: [0, 1] \rightarrow [1, 3], f(x) = x^4 + x^2 + 1$  függvény. Legyen  $g$  az  $f$  függvény inverze.

5p a) Számítsd ki  $\int_0^1 \frac{2t+1}{f(\sqrt{t})} dt$  értékét.

5p b) Igazold, hogy:  $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 3$ .

5p c) Igazold, hogy ha  $\alpha \in [1, 3]$ , akkor teljesül az  $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^\alpha g(x) dx \geq \alpha$  egyenlőtlenség.