

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 076. változat**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1+a^2 & ab & ac \\ ba & 1+b^2 & bc \\ ca & cb & 1+c^2 \end{pmatrix}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  mátrix és  $A^*$  az adjungált mátrixa.

**5p** a) Számítsd ki az  $A$  mátrix determinánsának értékét!

**5p** b) Igazold, hogy  $\det(A^*) = (\det A)^2$ .

**5p** c) Igazold, hogy az  $A - I_3$  mátrix rangja legfeljebb 1 lehet!

2. Legyen  $(G, \cdot)$  egy csoport. Tetszőleges  $a \in G$  esetén értelmezzük az  $f_a : G \rightarrow G$ ,  $f_a(x) = ax, \forall x \in G$  függvényt.

**5p** a) Igazold, hogy  $f_a$  egy bijektív függvény, bármely  $a \in G$  esetén!

**5p** b) Igazold, hogy  $f_a \circ f_b = f_{ab}, \forall a, b \in G$  esetén!

**5p** c) Legyen  $\mathcal{F}(G) = \{f_a : G \rightarrow G \mid a \in G\}$ . Igazold, hogy az  $\mathcal{F}(G)$  halmaz a függvények összetételével csoportot alkot!