

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 091. változat

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény grafikus képének van aszimptotája a $+\infty$ -ben.

5p b) Igazold, hogy az f függvény invertálható.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(f(e^x) \right)^{\frac{1}{x}}$ határértéket.

2. Adottak az $F, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\sin^2 x}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ függvények.

5p a) Igazold, hogy az F szigorúan növekvő függvény \mathbb{R} -en.

5p b) Igazold, hogy bármely $x > 0$ esetén létezik olyan $c_x \in (0, x)$, amelyre $F(x) = x f(c_x)$.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}$ határértéket.