

III. FELADAT (30p) – 040. változat

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$ függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az f függvény szigorúan növekvő a $(-\infty, 0]$ intervallumon.
5p b) Igazold, hogy az f függvény grafikus képének két inflexiós pontja van.
5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáját a $-\infty$ -ben.

2. Adottak az $F_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F_n(x) = \int_0^x t \cdot \sin^n t \, dt$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ függvények.

- 5p a) Számítsd ki $F_1(\pi)$ értékét.
5p b) Igazold, hogy $F_{n+1}(1) < F_n(1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(1)$ határértéket.