

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 054. változat

1. Jelölje A azon $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ függvények halmazát, amelyek folytonosak a $[-1, 1]$ intervallumon és deriválhatók a -1 és 1 pontokban úgy, hogy $g'(-1) < 0$ és $g'(1) > 0$.

5p a) Igazold, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 4}$ függvény eleme az A halmaznak.

5p b) Igazold, hogy a) alpontban értelmezett f függvény nem deriválható a 0 pontban.

5p c) Igazold, hogy ha $g \in A$, akkor a g függvénynek van egy $x_0 \in (-1, 1)$ minimumpontja.

2. Adott az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x-1)e^x$ függvény.

5p a) Igazold, hogy léteznek olyan $a, b, c \in \mathbb{R}$ értékek, amelyekre a $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ függvény az f függvény egy primitív függvénye legyen.

5p b) Számítsd ki a függvény grafikus képe és az Ox tengely által közrezárt síkidom területét.

5p c) Számítsd ki az f függvény grafikus képének Ox tengely körüli forgatásával származtatott test térfogatát.