

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 086. változat

1. Adott az $f : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$ függvény

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az $x = 0$ abszcisszájú pontban.

5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2} f(2) f(3) \dots f(n) \right)^{n^2}$ határértéket.

2. Legyen $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Számítsd ki az I_2 értékét.

5p b) Igazold, hogy $nI_n = (n-1)I_{n-2}, \forall n \geq 3$ esetén.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^n x dx$ határértéket.