

**III. FELADAT (30p) – 038. változat**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$  függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő.  
5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény bijektív.  
5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képének nincs ferde aszimptotája a  $+\infty$ -ben.

2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$ , ahol  $\{x\}$  az  $x$  valós szám tört részét jelöli.

- 5p a) Számítsd ki:  $\int_0^1 f(x) dx$ .  
5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény primitiválható  $\mathbb{R}$ -en.  
5p c) Igazold, hogy az  $\int_a^{a+1} f(x) dx$  integrál értéke nem függ az  $a$  paraméter értékétől.