

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 081. változat**

1. Adott az  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)e^{-\frac{1}{x}}$  függvény.

**5p** a) Határozd meg az  $f$  grafikus képehez húzott érintő egyenletét az  $x=1$  abszcisszájú pontban.

**5p** b) Igazold, hogy a függvénynek két szélsőérték pontja van.

**5p** c) Határozd meg a függvény grafikus képe aszimptotáját  $+\infty$ -ben.

2. Bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén értelmezzük az  $f_n: [0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \int_0^x t^n \sqrt{t^2 + 1} dt$  függvényt.

**5p** a) Számítsd ki az  $f_1(1)$  értékét.

**5p** b) Igazold, hogy  $f_n$  szigorúan növekvő függvény bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén.

**5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_n(x)}{x^{n+2}}$  határértéket.