

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 011. változat**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+2} e^{|x|}$  függvény.

**5p** a) Tanulmányozd az  $f$  függvény deriválhatóságát az  $x_0 = 0$  pontban.

**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény helyi szélsőérték pontjait.

**5p** c) Határozd meg az  $f(x) = m$  egyenlet gyökeinek számát az  $m \in \mathbb{R}$  paraméter függvényében.

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x - x + \frac{x^3}{6}$  függvény, amelyről tudjuk, hogy  $f(x) \geq 0, \forall x \geq 0$  esetén,

valamint a  $g : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \int_x^1 \frac{\sin t}{t} dt$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  értékét.

**5p** b) Igazold, hogy a  $g$  függvény szigorúan csökkenő.

**5p** c) Igazold, hogy  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) > 0,9$ .