

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 048. változat

1. Adott az
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$$
 egyenletrendszer, ahol a és b valós paraméterek.

5p a) Határozd meg azon $a \in \mathbb{R}$ számot, amelyre a rendszer determinánsának értéke zéró!

5p b) Határozd meg az $a, b \in \mathbb{R}$ paramétereket, amelyre a rendszer inkompatibilis!

5p c) Igazold, hogy végtelen sok olyan a és b szám létezik, amelyekre a rendszernek (x, y, z) megoldása esetén az x, y, z számok egy számtani haladványt alkotnak!

2. Adott az $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$ mátrix és a $G = \left\{ X(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \mid t \in [0, 2\pi) \right\}$ halmaz.

5p a) Határozd meg az a szám azon értékét, amelyre $A \in G$.

5p b) Igazold, hogy $X(t) \cdot X(u) = X(t+u)$, $\forall t, u \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Igazold, hogy a G halmaz a mátrixok szorzásával kommutatív csoportot alkot!