

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 092. változat

1. Adott az $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(\ln x)$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az $x = e$ abszcisszájú pontban.

5p b) Igazold, hogy f konkáv függvény.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{f'(x)}$ határértéket.

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ értékét.

5p b) Igazold, hogy az f bármely primitív függvénye szigorúan növekvő a $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ intervallumon.

5p c) Számítsd ki $\int_0^{2\pi} xf(x) dx$ értékét.