

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 072. változat

1. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ függvény.

5p a) Határozd meg a függvény grafikus képének aszimptotáját $+\infty$ -ben.

5p b) Számítsd ki $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

5p c) Igazold, hogy az f függvény konkáv a $(-\infty, -1)$ intervallumon..

2. Bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén értelmezzük az $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = |\sin nx|$ függvényt és az $I_n = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx$ számot.

5p a) Számítsd ki $\int_0^{\pi} f_2(x) dx$ értékét.

5p b) Igazold, hogy $I_n \leq \ln 2$.

5p c) Mutasd ki, hogy $I_n = \int_{n\pi}^{2n\pi} \frac{|\sin t|}{t} dt$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ esetén.