

Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 096. változat

1. Legyen $A = \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3, \dots, 2008\}$ és értelmezzük az

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} + \dots + \frac{1}{x-2008} \text{ függvényt.}$$

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáit.

5p b) Ha $a \in \mathbb{R}$, határozd meg az $f(x) = a$ egyenlet valós megoldásainak számát.

5p c) Hány inflexiós pontja van az f függvény grafikus képének?

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvény szigorúan növekvő \mathbb{R} -en.

5p b) Igazold, hogy az f függvény konkáv a $[0, \infty)$ intervallumon.

5p c) Igazold, hogy az $(f(n))_{n \geq 1}$ sorozat konvergens.