

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p) – 049. változat

1. Adott az $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4-3x^2}{x^3}$ függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az f függvény grafikus képe van aszimptotája $+\infty$ -ben.
5p b) Határozd meg az f függvény értékeinek halmazát.
5p c) Határozd meg az $g : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \arccos f(x)$ függvény deriválhatósági tartományát.

2. Adott az $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$ függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az $F : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ függvény az f függvény egy primitív függvénye.
5p b) Számítsd ki az f függvény grafikus képe Ox tengely körüli forgatásával származtatott forgástest térfogatát.
5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{(n+k)\sqrt{n^2+(n+k)^2}}$ határértéket..