

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p) – 099. változat**

- 5p** 1. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x + 1}$  függvény.
- 5p** a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az  $x = 0$  abszcisszájú pontban.
- 5p** b) Igazold, hogy a függvény grafikus képének van aszimptotája  $+\infty$ -ben.
- c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n} \right)^n$  határértéket.
- 5p** 2. Adottak az  $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x t^n \ln t \, dt$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  függvények.
- 5p** a) Számítsd ki  $f_1(e)$  értékét.
- 5p** b) Igazold, hogy az  $f_n$  függvények csökkenők a  $(0,1)$  intervallumon.
- 5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$  határértéket.