

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008**

**II. FELADAT (30p) – 056. változat**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix és az  $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), f(X) = AX$  függvény.

5p a) Igazold, hogy  $f(A) = I_2$ .

5p b) Igazold, hogy  $f(X + f(X)) = X + f(X), \forall X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  esetén!

5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény bijektív!

2. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix és az  $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$  halmaz.

5p a) Ha  $X, Y \in M$ , igazold, hogy  $XY \in M$ .

5p b) Igazold, hogy a  $G = \{X \in M \mid \det X \neq 0\}$  halmaz a mátrixok szorzásával csoportot alkot!

5p c) Határozd meg a b) alpontban értelmezett  $G$  csoport másodrendű elemeit!