

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

II. FELADAT (30p) – 067. változat

1. Adott az $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + my + mz = -2 \end{cases}$ egyenletrendszer, $m \in \mathbb{R}$ és az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy az A mátrix rangja az m egyetlen értékére sem lehet kettő!

5p c) Határozd meg az m azon egész értékeit, amelyekre a rendszer megoldásában egész számok szerepelnek!

2. Adottak az (S_4, \cdot) csoport $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ permutációi.

5p a) Igazold, hogy a γ permutáció megoldása az $\alpha x = x\beta$ egyenletnek!

5p b) Igazold, hogy $\alpha^4 = \beta^4$.

5p c) Határozz meg egy megoldást az S_4 halmazból az $x\beta^3 = \alpha^3 x$ egyenlet esetén!