

### III. FELADAT (30p) – 001. változat

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - ax$ , függvény, ahol  $a \in \mathbb{R}, a > 0$ .

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének ferde aszimptotáját  $-\infty$ -ben.

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény helyi szélsőérték pontjait.

5p c) Ha  $f(x) \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$  esetén, határozd meg az  $a \in (0, \infty)$  értékét.

2. Adott az  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = 2\sqrt{x}(\ln x - 2)$  függvény az  $f$  egy primitív függvénye.

5p b) Igazold, hogy az  $f$  bármely  $G$  primitív függvénye növekvő az  $[1, \infty)$  intervallumon.

5p c) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = \frac{1}{e}$  és  $x = e$  egyenletű

egyenesek által határolt síkidom területét.